

# SESTA EDIZIONE DELLA GIORNATA NAZIONALE DELLA PREVENZIONE SISMICA

CON IL PATROCINIO DI



## EDIFICI ESISTENTI IN CEMENTO ARMATO: CRITERI DI ANALISI E DI MODELLAZIONE

**PROF. ING. ROBERTO SCOTTA**

[roberto.scotta@unipd.it](mailto:roberto.scotta@unipd.it)

PROFESSORE ASSOCIATO DI TECNICA DELLE COSTRUZIONI  
PRESSO L'UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

CONSIGLIERE E MEMBRO DEL COMITATO SCIENTIFICO DI ISI

WEBINAR N.1 (3 CFP)

venerdì 26.01.2024 – ore 15.30

Edifici esistenti in cemento armato

# Meccanismi non lineari di rottura di strutture in c.a.

**DUTTILI**

*Rotture per flessione  
(in sezioni correttamente armate)*

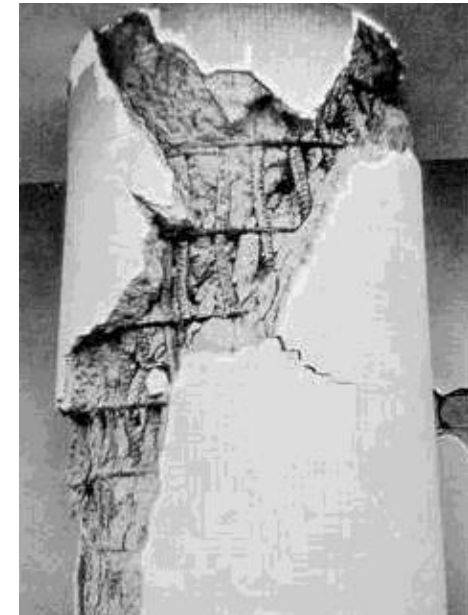


Photo 1.1 Ductile concrete, Northridge earthquake, 1994. (Courtesy of Englekirk Partners, Inc.)



*Rotture  
dei nodi*

*Rotture  
per taglio*



*Rottura per  
compressione*



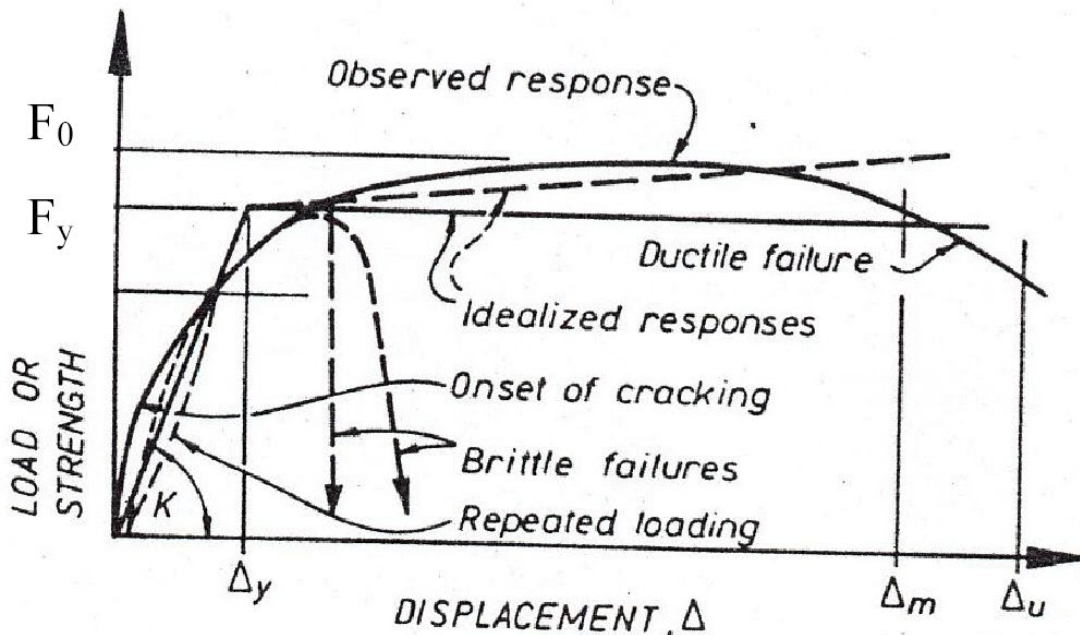
**FRAGILI**

## .... e concetto di duttilità

La duttilità di una struttura si evidenzia nella fase inelastica o plastica della risposta strutturale, ovvero quando si esce dal comportamento elastico di materiali / sezioni / elementi / strutture.

E' quindi una **caratteristica fondamentale** per:

- Assicurare un collasso duttile delle strutture caricate staticamente
- Assicurare capacità di deformazione e dissipazione alle strutture soggette ad azioni sismiche



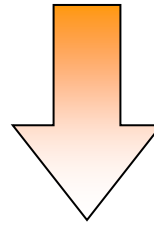
$$\mu = \frac{\Delta_u}{\Delta_y}$$

oppure

$$\mu = \frac{\Delta_u - \Delta_y}{\Delta_y} = \frac{\Delta_u}{\Delta_y} - 1$$

# Metodi di Analisi

(con riferimento alle analisi sismiche di strutture)



## Forzanti considerate

### Modelli di calcolo lineari

- Analisi statica equivalente
- Analisi dinamica nel dominio delle frequenze (*analisi modale*)



Forze statiche equivalenti  
allo spettro di progetto



Spettro di risposta di progetto

### Modelli di calcolo non lineari

- Analisi statica  
(**pushover - PO**)
- Analisi dinamica nel  
dominio del tempo  
(**non linear time history -  
NLTH**)



Spettro di risposta elastico



Accelerogrammi



# Livello di conoscenza e tipo di analisi utilizzabile

## (estratti di NTC 2018 e circolare esplicativa)

### §8.2 (valido in generale)

Nella definizione dei modelli strutturali si dovrà considerare che sono conoscibili, con un livello di approfondimento che dipende dalla documentazione disponibile e dalla qualità ed estensione delle indagini che vengono svolte, le seguenti caratteristiche:

- la geometria e i particolari costruttivi;
- le proprietà meccaniche dei materiali e dei terreni;
- i carichi permanenti.

Si dovrà prevedere l'impiego di metodi di analisi e di verifica dipendenti dalla completezza e dall'affidabilità dell'informazione disponibile e l'uso di coefficienti legati ai "fattori di confidenza" che, nelle verifiche di sicurezza, modifichino i parametri di capacità in funzione del livello di conoscenza (v. §8.5.4) delle caratteristiche sopra elencate.

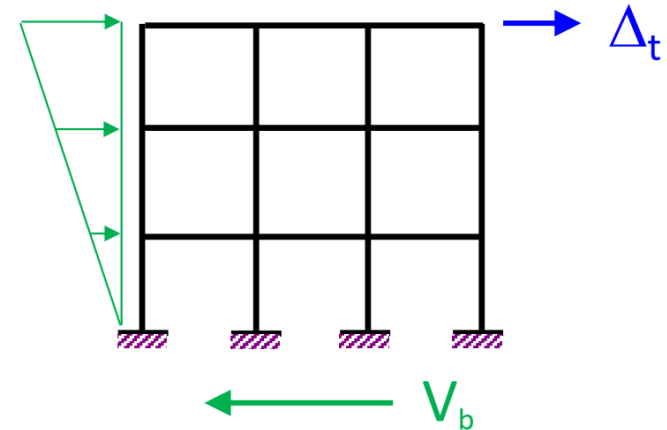
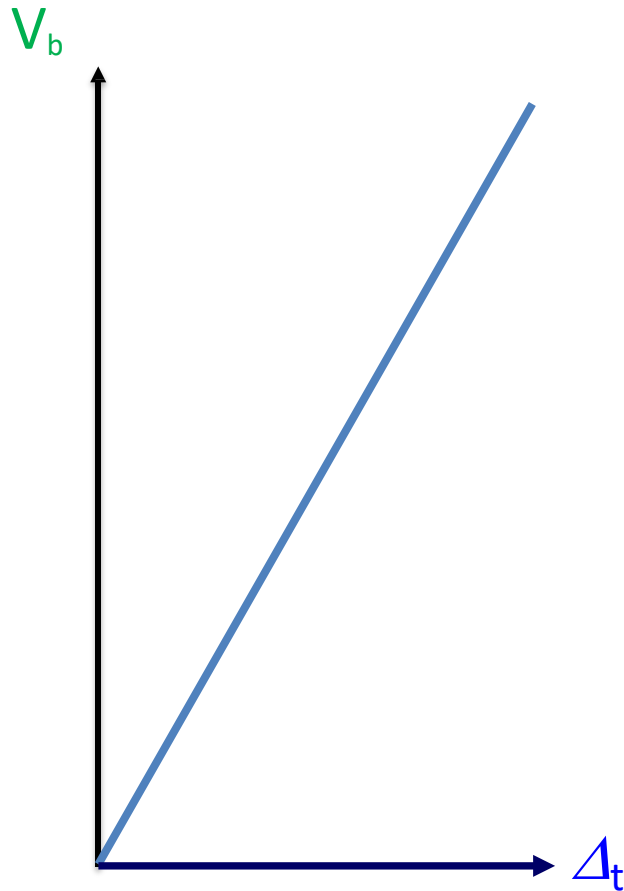
### §C.8.5 .4.2 (specifico per edifici in c.a.)

Il livello di conoscenza acquisito in base ai rilievi, alle indagini sui dettagli strutturali e alle prove sui materiali, determina i valori dei fattori di confidenza da applicare alle proprietà dei materiali, anche in maniera differenziata per elementi strutturali o gruppi di elementi, e suggerisce il metodo di analisi più appropriato. In assenza di valutazioni specifiche, ci si può riferire alla Tabella C8.5.IV.

Tabella C8.5.IV – Livelli di conoscenza in funzione dell'informazione disponibile e conseguenti metodi di analisi ammessi e valori dei fattori di confidenza, per edifici in calcestruzzo armato o in acciaio

Livello di conoscenza	Geometrie (carpenterie)	Dettagli strutturali	Proprietà dei materiali	Metodi di analisi	FC (*)
LC1	Da disegni di carpenteria originali con rilievo visivo a campione; in alternativa rilievo completo ex-novo	Progetto simulato in accordo alle norme dell'epoca e <i>indagini limitate</i> in situ	Valori usuali per la pratica costruttiva dell'epoca e <i>prove limitate</i> in situ	Analisi lineare statica o dinamica	1,35
LC2		Elaborati progettuali incompleti con <i>indagini limitate</i> in situ; in alternativa <i>indagini estese</i> in situ	Dalle specifiche originali di progetto o dai certificati di prova originali, con <i>prove limitate</i> in situ; in alternativa da <i>prove estese</i> in situ	Tutti	1,20
LC3		Elaborati progettuali completi con <i>indagini limitate</i> in situ; in alternativa <i>indagini esaustive</i> in situ	Dai certificati di prova originali o dalle specifiche originali di progetto, con <i>prove estese</i> in situ; in alternativa da <i>prove esaustive</i> in situ	Tutti	1,00

# Analisi Lineari



Usati nella **analisi statica lineare** e **dinamica lineare**

- Al crescere dell'intensità del terremoto  $\Delta_t$  e  $V_b$  crescono proporzionalmente
- Progettazione di nuove strutture
- Verifica di strutture esistenti:
  - Obbligatorio se comportamento fragile
  - Eccessivamente prudente per strutture duttili
  - Irrealistica per intensità alte (SLV e SLC)

**Che fattore di comportamento  $q$  si adotta per ridurre la forzante sismica?**

# Analisi sismica lineare di strutture esistenti

## (estratti da circolare esplicativa NTC 2018)

### §C.8.7 2.2.1

#### *Analisi statica lineare con fattore di comportamento $q$*

È possibile utilizzare lo spettro di progetto, definito in § 3.2.3 delle NTC, assumendo il valore del fattore di comportamento  $q$  nel campo fra 1,5 e 3,0 sulla base della regolarità della costruzione in esame nonché delle sollecitazioni delle membrature dovute ai carichi verticali. Valori superiori a quelli indicati devono essere adeguatamente giustificati tenendo debito conto della duttilità disponibile a livello locale e globale. Nel caso in cui il sistema strutturale resistente all'azione orizzontale sia integralmente costituito da elementi strutturali di nuova costruzione, si possono adottare i valori dei fattori di comportamento validi per le nuove costruzioni; in tal caso occorre verificare la compatibilità degli spostamenti con le strutture esistenti.

Le verifiche devono essere eseguite in termini di resistenza, controllando che, per ciascun elemento strutturale, la domanda in termini di sollecitazioni sia inferiore o uguale alla corrispondente capacità.

La domanda sugli elementi strutturali si ottiene dall'analisi con spettro di risposta elastico ridotto, rispettivamente, per gli elementi/meccanismi "duttili" del fattore di comportamento attribuito alla struttura, per gli elementi/meccanismi "fragili" del fattore di comportamento  $q = 1,5$ . Per questi ultimi la domanda non può superare quella trasmessa dagli elementi/meccanismi duttili ad essi alternativi, valutata come indicato al punto b) del §C8.7.2.2.

### §C.8.7 2.2.2

#### C8.7.2.2.2 **Analisi dinamica modale con spettro di risposta elastico o con fattore di comportamento $q$**

Tale metodo di analisi è applicabile secondo quanto indicato al § 7.3.3.1 delle NTC, alle medesime condizioni di cui ai punti precedenti. La prima modalità prevede che lo spettro di risposta da impiegare sia quello elastico di cui al § 3.2.3 delle NTC e si applica con le stesse modalità di cui all'analisi statica lineare con spettro elastico; la seconda che si faccia riferimento ad uno spettro di progetto, definito nel § 3.2.3 delle NTC, utilizzando le precisazioni riportate per l'analisi statica lineare con fattore  $q$ .

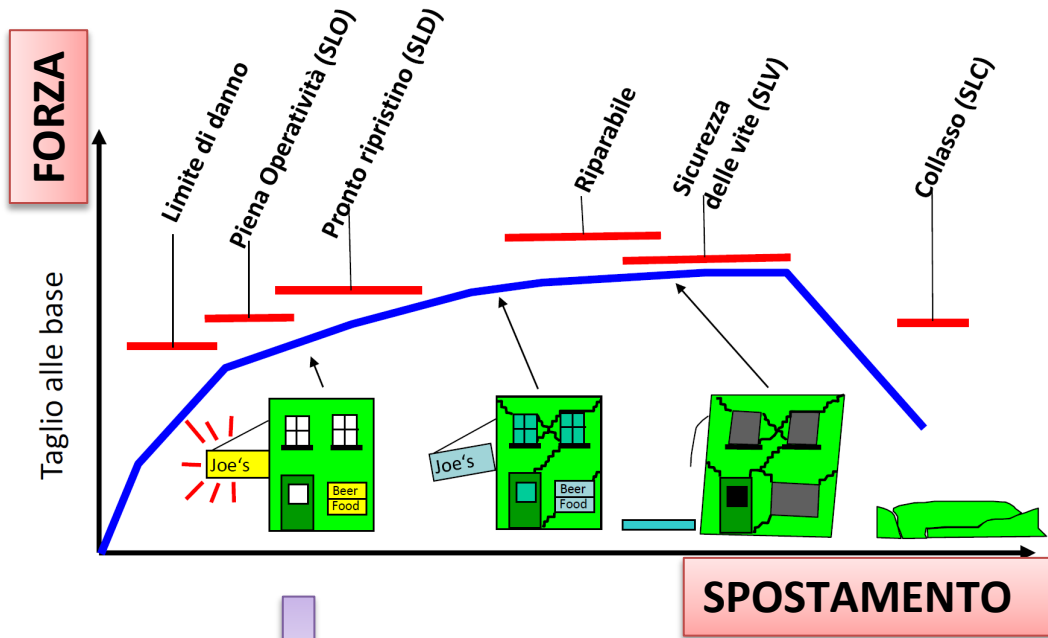
**La scelta del fattore  $q$  dipende dalla capacità di duttilità della struttura:**

Particolari costruttivi? Percentuali di armatura? Nodi? Rottura a taglio? Gerarchia delle resistenze?  
Verifica esplicita della capacità di duttilità?

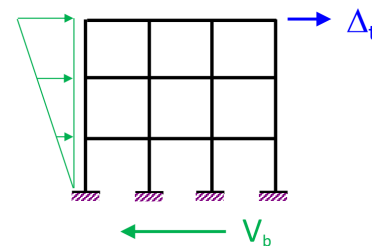
**Per la verifica dei meccanismi fragili spettro con  $q=1,5$ !**

# Modelli Non Lineari

Ormai diventati di uso comune anche nelle applicazioni professionali



© R. Hamburger



Modello **NONLINEARE**

Usato nella **analisi statica nonlineare (PO)**  
e **dinamica nonlineare** (più avanzato)

- Al crescere dell'intensità del terremoto cresce  $\Delta_t$
- Si segue il danneggiamento progressivo della struttura

$\Delta_t$

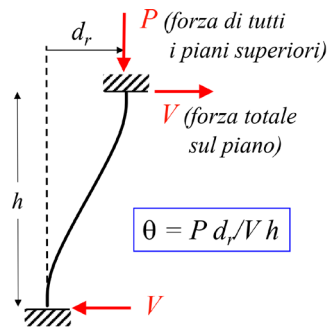


# Cause di non linearità del comportamento strutturale

## Non linearità geometrica

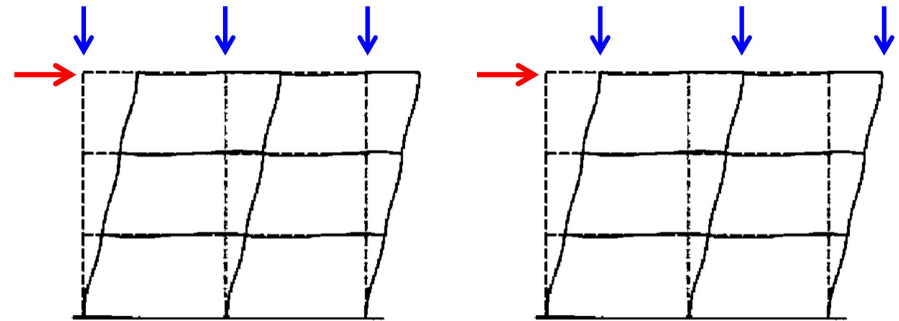
Non sempre trascurabile negli edifici a telaio a pilastri deboli)

Se  $\theta \leq 0,2$  se ne tiene conto con metodo semplificato, amplificando gli effetti del 1° ordine.



*grandi spostamenti/rotazioni/deformazioni*

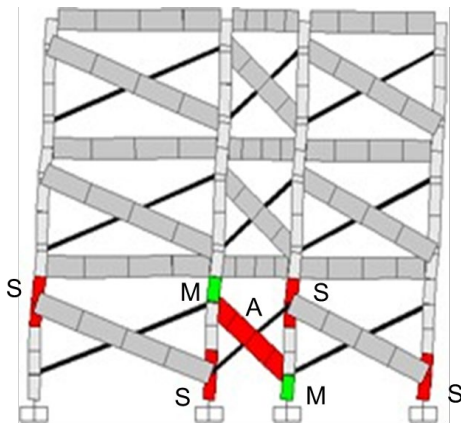
*effetti del secondo ordine (P-Δ)*



Analisi primo ordine  
(equilibrio nella  
configurazione indeformata)

Analisi secondo ordine  
(equilibrio nella  
configurazione deformata)

## Non linearità di materiale



*Modellazione a N.L. concentrata*

*concetto di cerniera plastica (elementi beam) – isolatori  
(diagrammi  $M-\chi$  -  $F-\delta$ )*

*Modellazione a N.L. diffusa (F.E.M.)*

*elementi beam a fibre - diagrammi  $\sigma-\varepsilon$*

*Materiale non lineare - diagrammi  $\sigma-\varepsilon$*

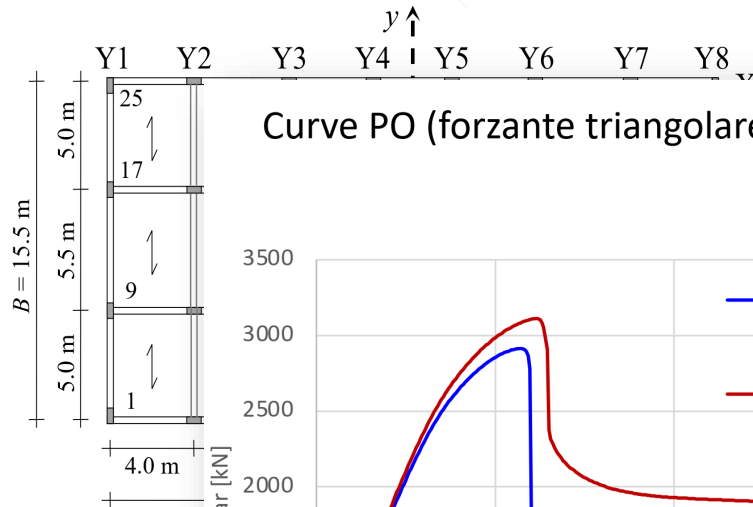
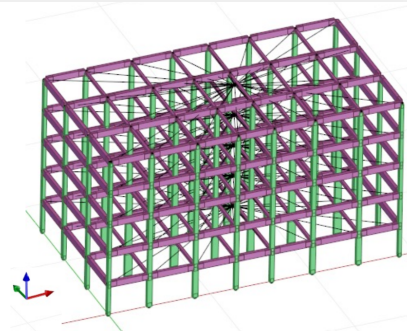
# Non linearità geometrica

Edificio Esistente in CA progettato per soli carichi gravitazionali  
(progetto simulato base normativa '72)

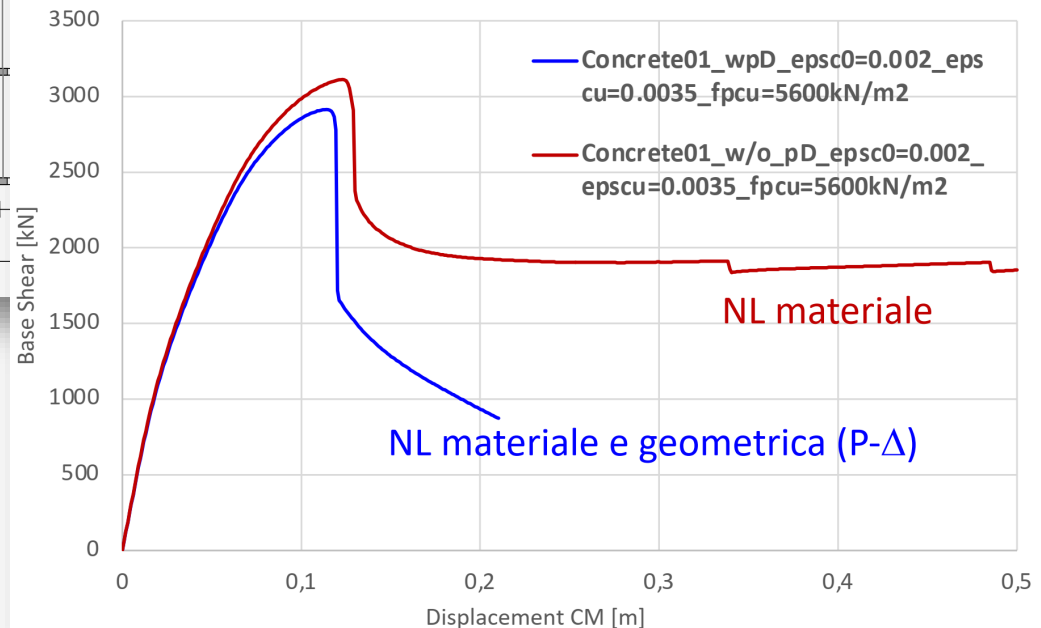
## Edificio GL1

Number of storeys: 5  
Inter-storey height: 3.2 m  
Storey mass: 440.6 t  
Radius of gyration of mass: 9.91 m  
Rotational mass:  
Concrete:  
     $f_{cm} = 28 \text{ MPa}$   
     $f_{ctm} = 3.3 \text{ MPa}$   
Rebars:  
     $f_{ym} = 400 \text{ MPa}$

Beams X1; X2; X3; X4; Y1; Y8 = **30x60 cm**  
Beams Y2; Y3; Y4; Y5; Y6; Y7 = **24x24 cm**



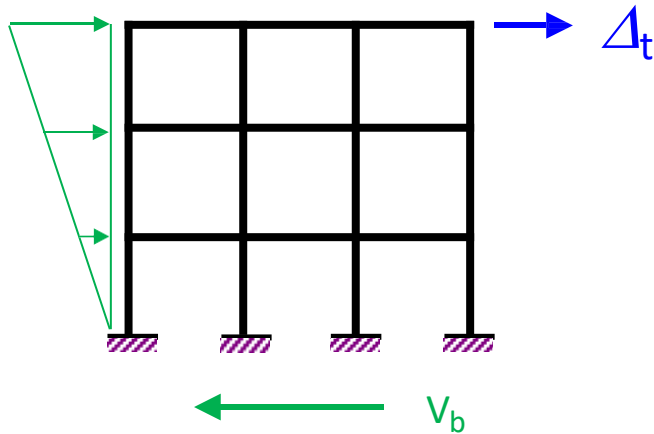
Curve PO (forzante triangolare) in direzione X



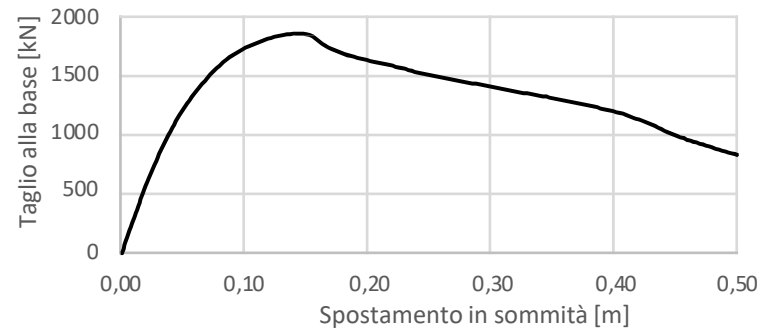
Esempio tratto da slides Prof. E. Spacone  
«Analisi non lineare di edifici in c.a. – parte 1»  
Corso di formazione ISI, giugno 2023

# Analisi Non Lineari

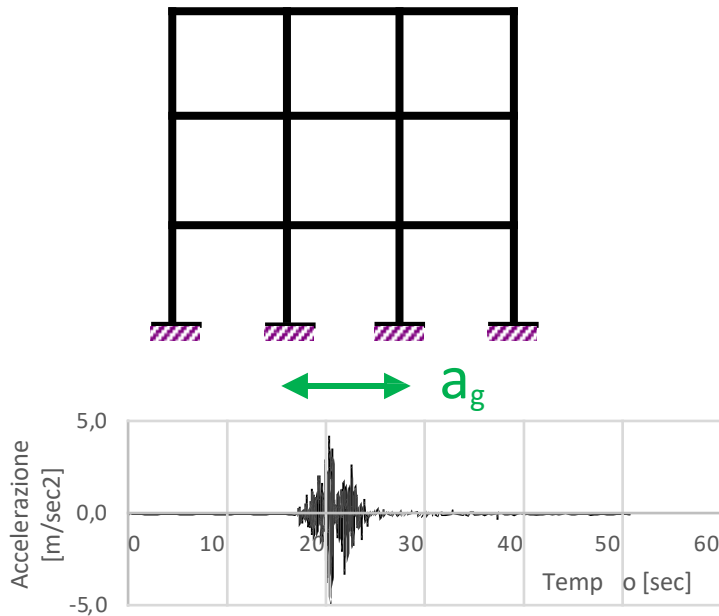
## Analisi Statica Nonlineare



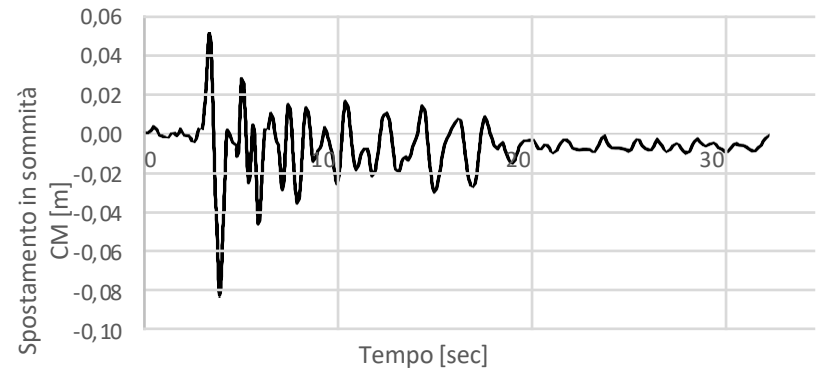
Forze laterali applicate lateralmente controllando incremento di spostamento in sommità



## Analisi Dinamica Nonlineare



Accelerazioni applicate alla base della struttura



# Analisi sismica non lineare di strutture esistenti

## (estratti da circolare esplicativa NTC 2018)

### §C.8.7 C8.7.2.2.3 Analisi statica non lineare

#### .2.2.3

Tale metodo di analisi si applica con le modalità indicate al § 7.3.4.1 delle NTC, con le limitazioni della Tabella C8.5.IV.

Le sollecitazioni indotte dall'azione sismica sugli elementi/meccanismi sia duttili sia fragili, da utilizzare ai fini delle verifiche, sono quelle derivanti dall'analisi strutturale eseguita utilizzando i valori medi delle proprietà dei materiali.

La verifica degli elementi "duttile" è eseguita confrontando la domanda in termini di deformazioni ottenuta dall'analisi con la relativa capacità.

La verifica degli elementi "fragili" è eseguita confrontando la domanda in termini di sollecitazioni con la relativa capacità.

Nel caso di analisi statica non lineare con ramo degradante e stati limite che si verificano su questo, inoltre:

- nel caso di elementi duttili la domanda in termini di deformazione si calcola in corrispondenza di  $d_{max}$  per ciascuno stato limite;
- nel caso di elementi fragili la domanda in termini di sollecitazione di taglio si può calcolare utilizzando la seguente procedura:
  - a. si valuta il taglio massimo alla base  $V_{bu}$  sulla base dei risultati dell'analisi statica non lineare
  - b. si individua lo spostamento  $d_{cu}$  corrispondente al raggiungimento di tale sollecitazione di taglio
  - c. se lo spostamento  $d_{max}$  relativo allo stato limite considerato è minore di  $d_{cu}$ , la domanda in termini di sollecitazione di taglio si calcola in corrispondenza di  $d_{max}$
  - d. se  $d_{max} > d_{cu}$ , la domanda in termini di sollecitazione di taglio si calcola in corrispondenza di  $d_{cu}$ .

### §C.8.7 C8.7.2.2.4 Analisi dinamica non lineare

#### .2.2.4

Tale metodo di analisi è applicabile secondo quanto indicato al § 7.3.4.2 delle NTC, alle medesime condizioni di cui al punto precedente.



# Analisi Non Lineare

## Sistema M-GDL soggetto a forzante esterna

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{U}}(t) + \mathbf{C} \cdot \dot{\mathbf{U}}(t) + \mathbf{K}(\mathbf{U}, t, T, \dots) \cdot \mathbf{U}(t) = \mathbf{F}(t)$$

Il problema diventa di tipo **statico** se si trascurano le componenti di forza inerziali e viscosi.

La dipendenza dal tempo rimane per significare che la forzante  $\mathbf{F}$  è variabile nel tempo con legge arbitraria.

$\mathbf{U}$  è l'insieme degli spostamenti del problema, che si dividono nei due gruppi:

$$\mathbf{U} = \mathbf{U}_{\text{free}} \cup \mathbf{U}_{\text{fix}} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \mathbf{U}_{\text{free}} & \text{incognita (variabile indipendente)} \\ \mathbf{U}_{\text{fix}} = \tilde{\mathbf{U}}(t) & \text{spostamenti imposti} \end{cases}$$

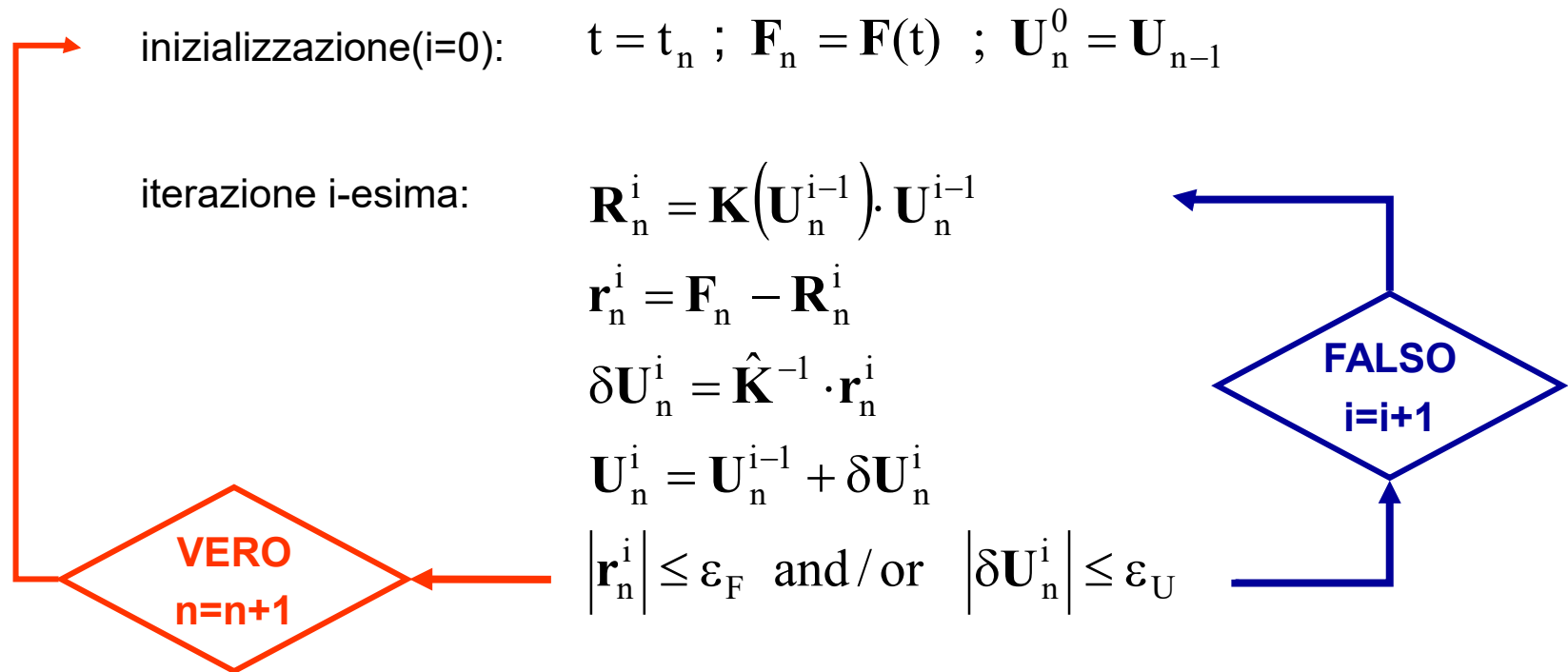
La matrice di rigidezza  $\mathbf{K}$  è funzione dell'incognita spostamento  $\mathbf{U}$  e anche di altri fattori (tempo, temperatura, storia di carico, ....).

**Il problema è non lineare e pertanto deve essere risolto per iterazioni successive:**

# Analisi Non Lineare

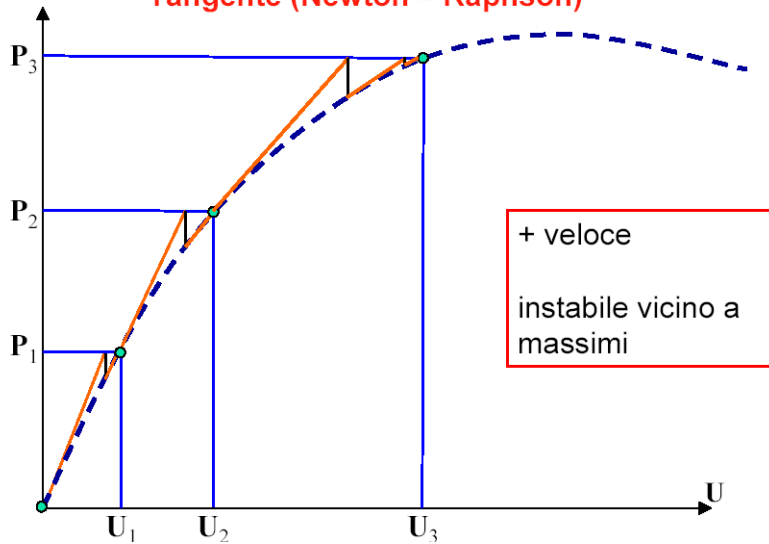
..... pertanto deve essere risolto per iterazioni successive:

- E' nota la soluzione al passo n-1:  $U_{n-1}$
- Si cerca la soluzione al passo n:

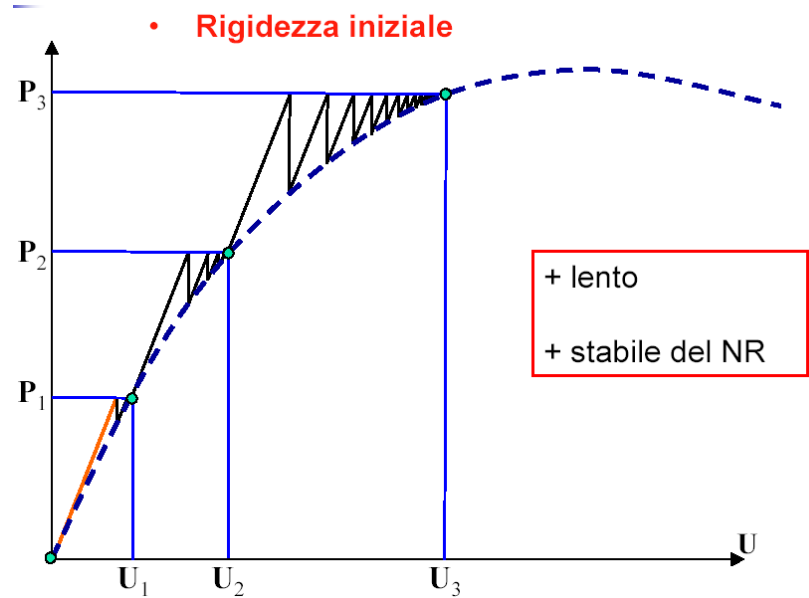


# Problemi Non Lineari

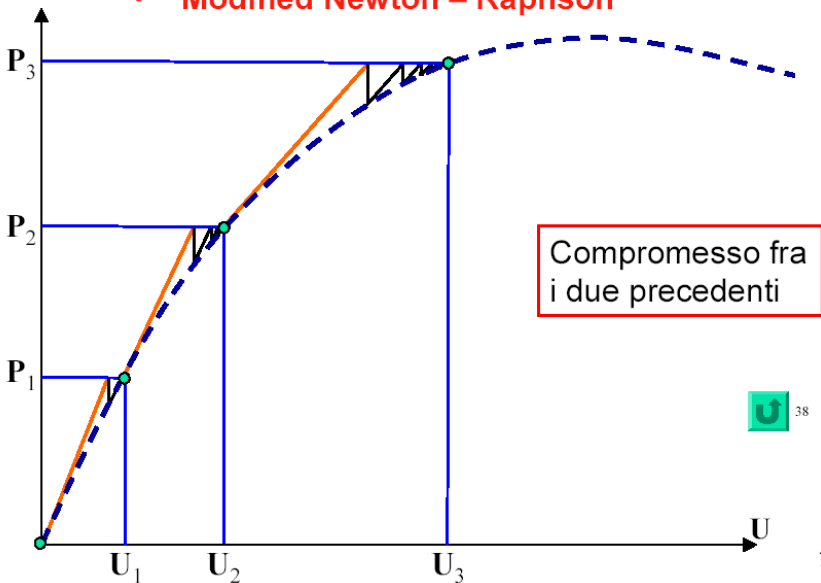
## Tangente (Newton – Raphson)



## Rigidezza iniziale



## Modified Newton – Raphson

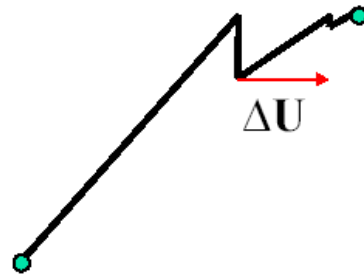


*Il metodo della rigidezza iniziale prevede di fattorizzare la matrice di rigidezza una sola volta durante il passo di integrazione iniziale ed usare la stessa matrice durante tutta l'integrazione dall'istante iniziale a quello finale.*

# Problemi Non Lineari

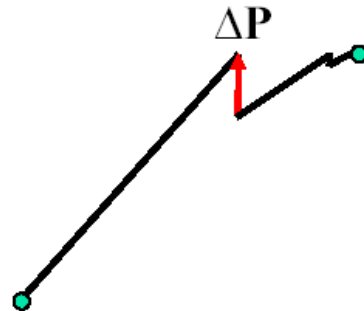
## Criteri di convergenza

$$|\Delta U| < tol_U$$



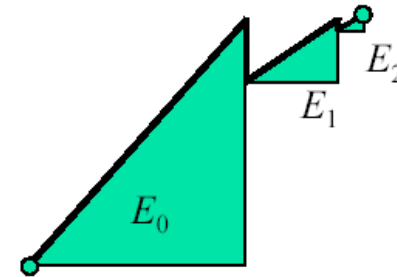
non funziona bene per  $K$  molto alta  
troppo restrittivo in altri casi

$$|\Delta P| < tol_P$$



non funziona bene per  $K$  molto piccola

$$E = \Delta U \cdot \Delta P$$



$$E < tol_E$$

oppure

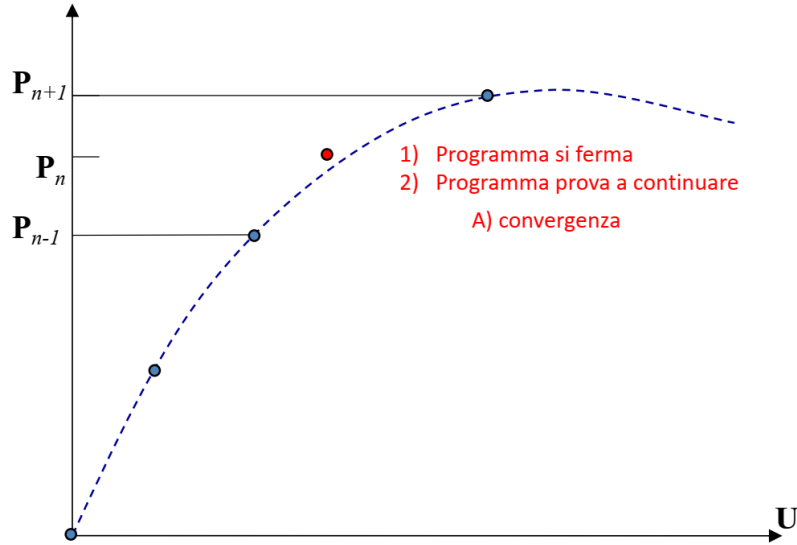
$$\frac{E_i}{E_0} < tol_{\bar{E}}$$

Controllare  $E_0$  non  
troppo piccola

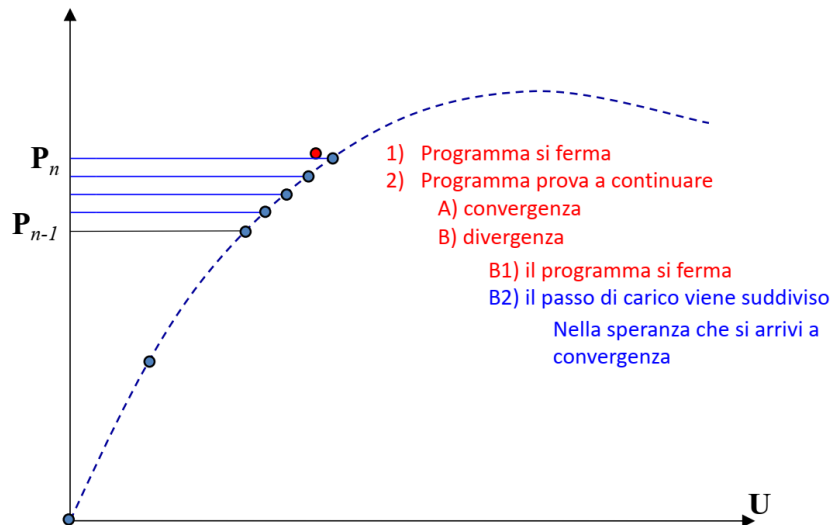
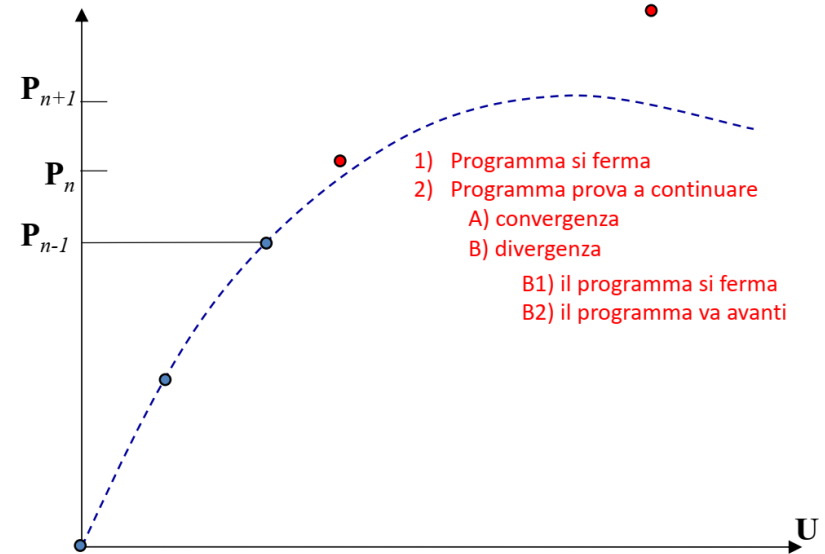


# Convergenza e stabilità della soluzione

## Convergenza ritardata



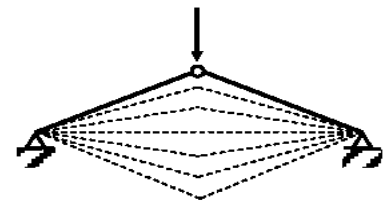
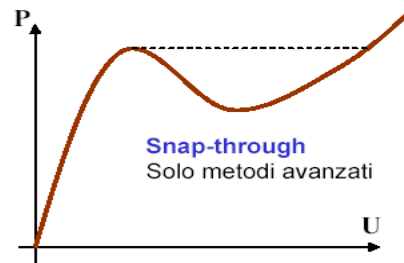
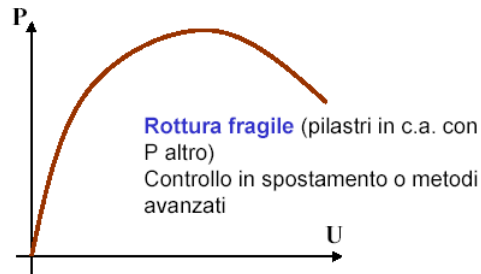
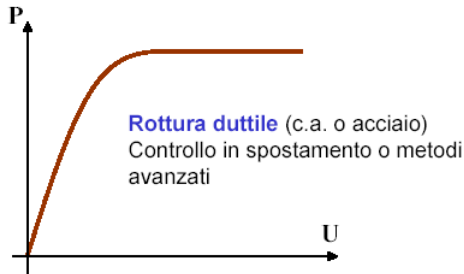
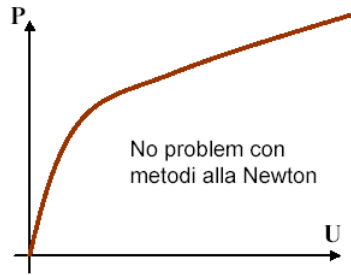
## Divergenza



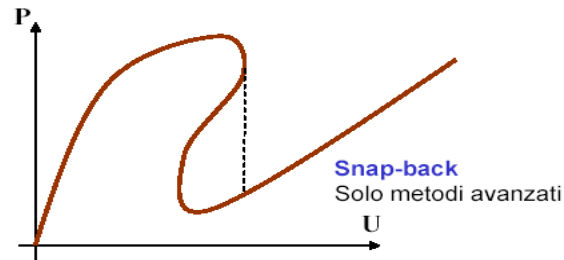
In caso di non convergenza ... ?

# Problemi Non Lineari

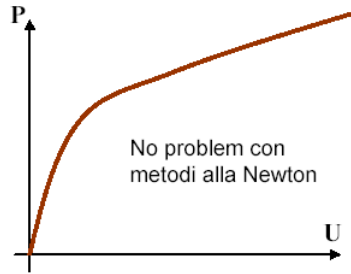
## Diverse tipologie di risposta strutturale



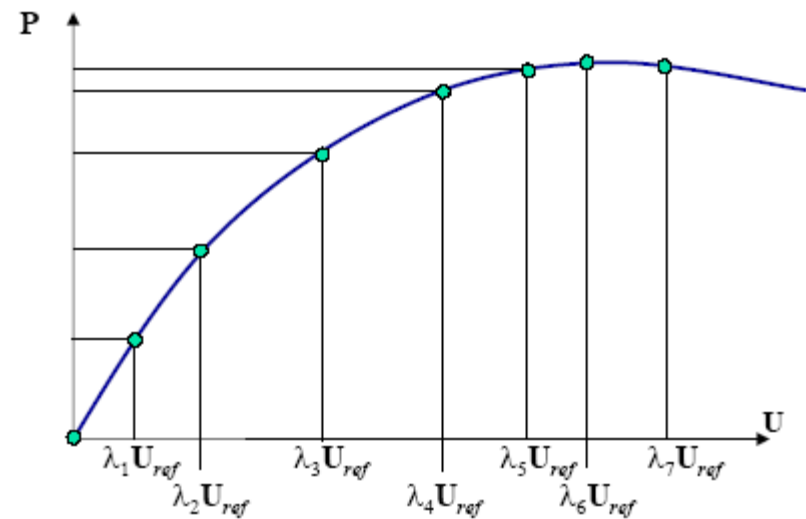
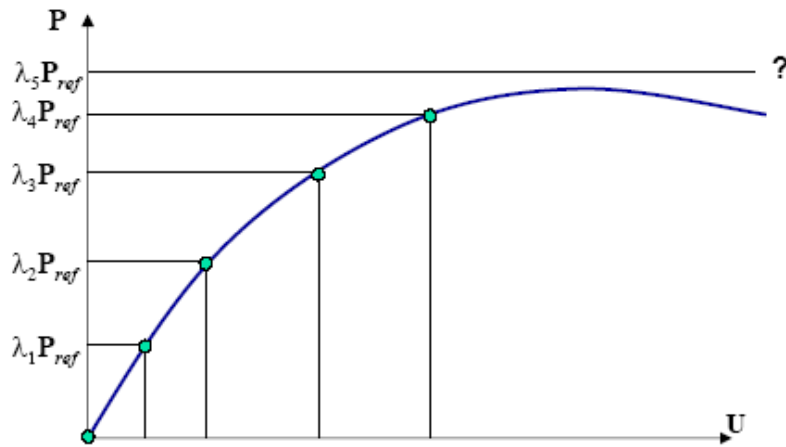
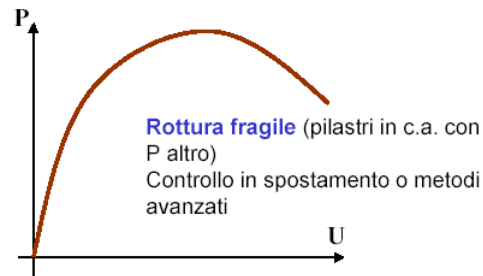
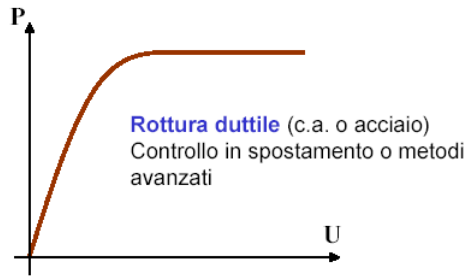
*Necessitano di un approccio non lineare per geometria*



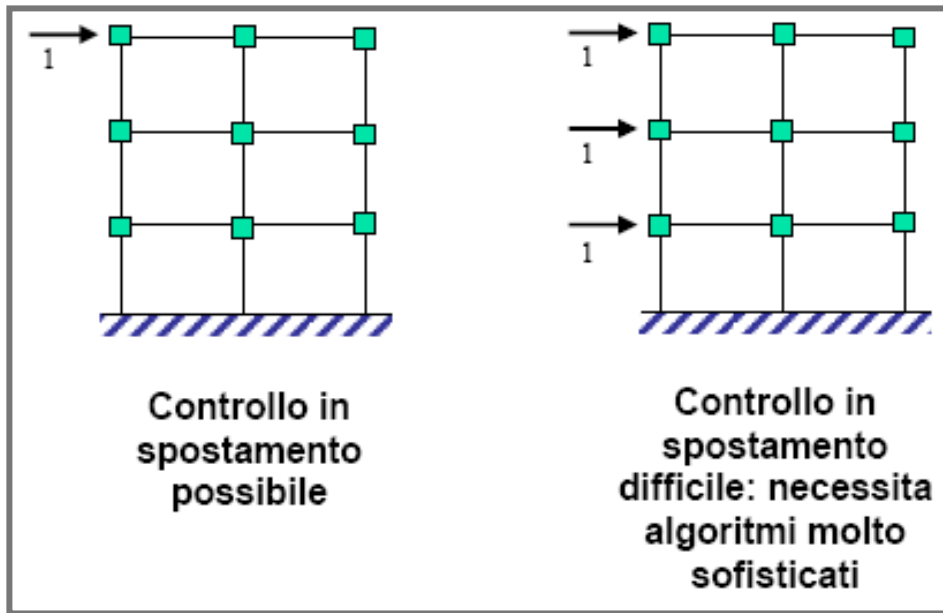
# Controllo in forza e in spostamento



Diverse tipologie di risposta strutturale

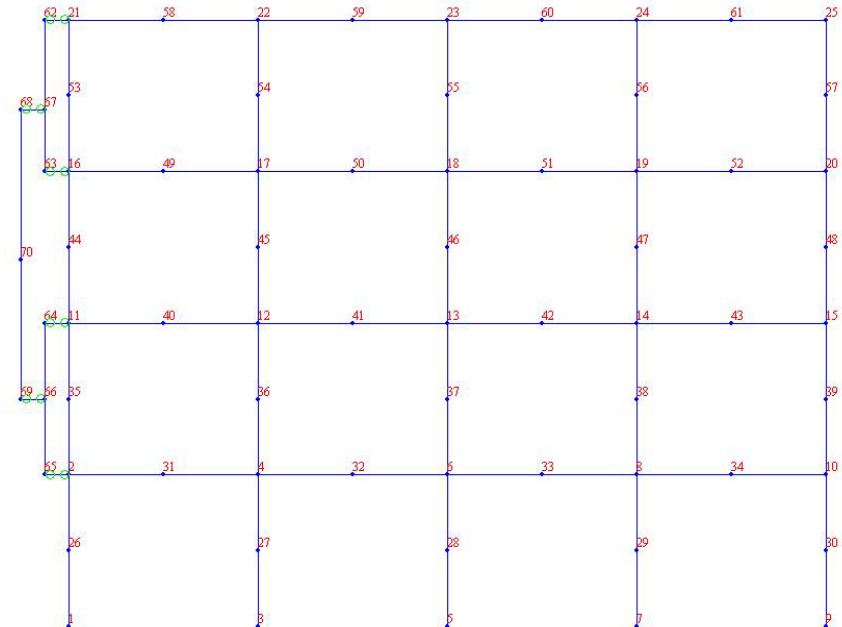


# Controllo in spostamento

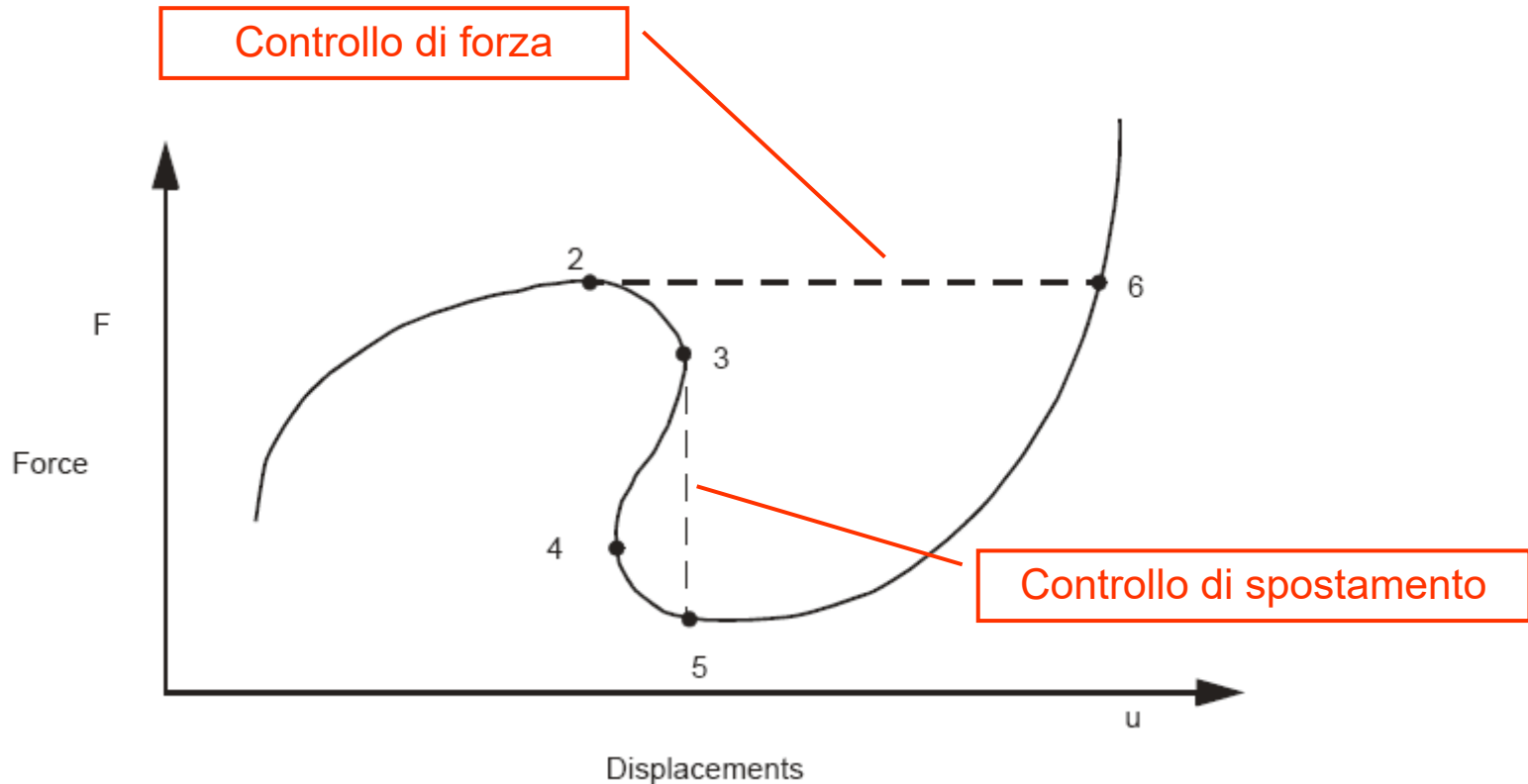


Il controllo di spostamento diventa complicato quando si vuole controllare lo spostamento di  $m$  gradi di libertà in modo fra loro indipendente.

TRUCCO:  
Spostamento imposto su un telaio articolato che distribuisce le forze ai piani in proporzioni fissate a priori



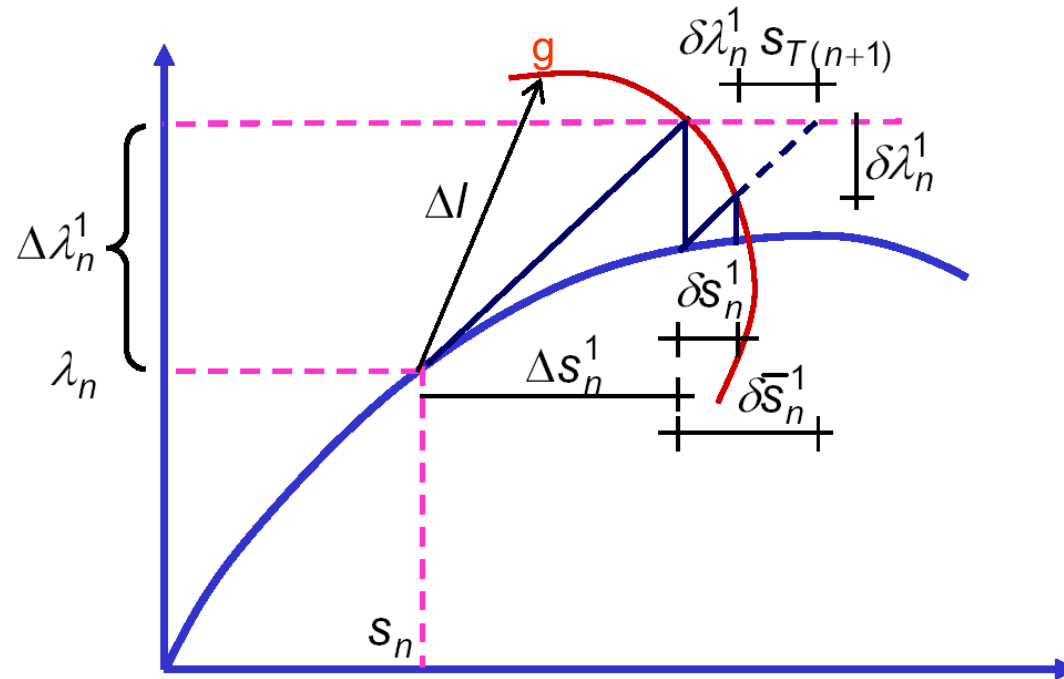
# Problemi Non Lineari per geometria



Il problema è tipico dei problemi statici o quasi-statici, mentre in problemi dinamici le forze inerziali aiutano comunque a determinare la condizione di equilibrio.

# Procedure iterative avanzate

I metodi visti non convergono se si hanno problemi con ramo decrescente “softening”. In questi casi è necessario che il problema iterativo sia condotto a controllo di spostamento, oppure bisogna ricorrere ai metodi “arc-length”.



Nel metodo arc-length il “*fattore di amplificazione*” del carico è modificato ad ogni interazione, potendo anche diminuire, fino a quando non viene raggiunta la convergenza. *Esso diventa un'ulteriore incognita del problema.*



# Prime considerazioni ...

- Quanti/quali incrementi di carico selezionare?
- Come si definisce la storia di carico?
- **Quale criterio di convergenza?**
- Quale rigidezza selezionare?
- Quali procedure iterative?

**..... Cosa fa il programma di calcolo che utilizzate?**

**Quanta libertà di scelta avete?**

**Avete la sensibilità sugli effetti delle scelte di analisi?**

**E' affidabile e stabile il risultato che ottenute?**

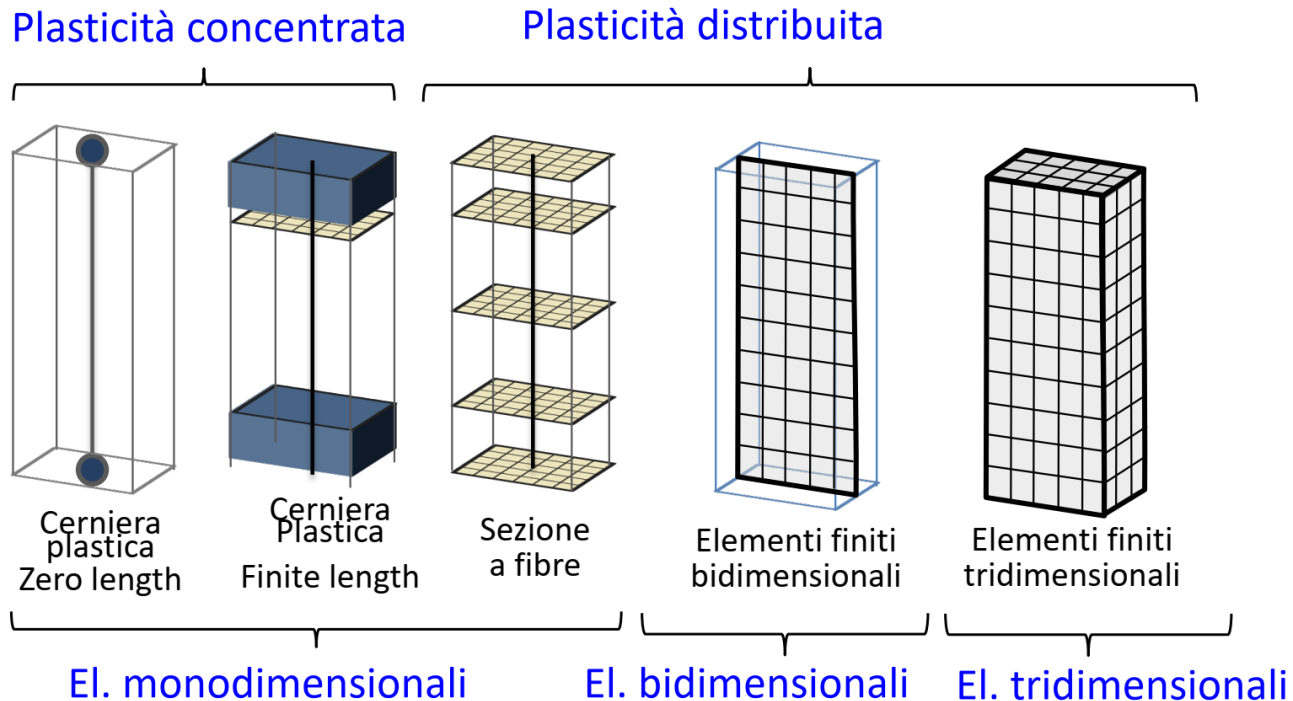
# Diversi tipi di modelli numerici

## 1. MODELLAZIONE A TELAIO

a) *NONLINEARITÀ CONCENTRATA*

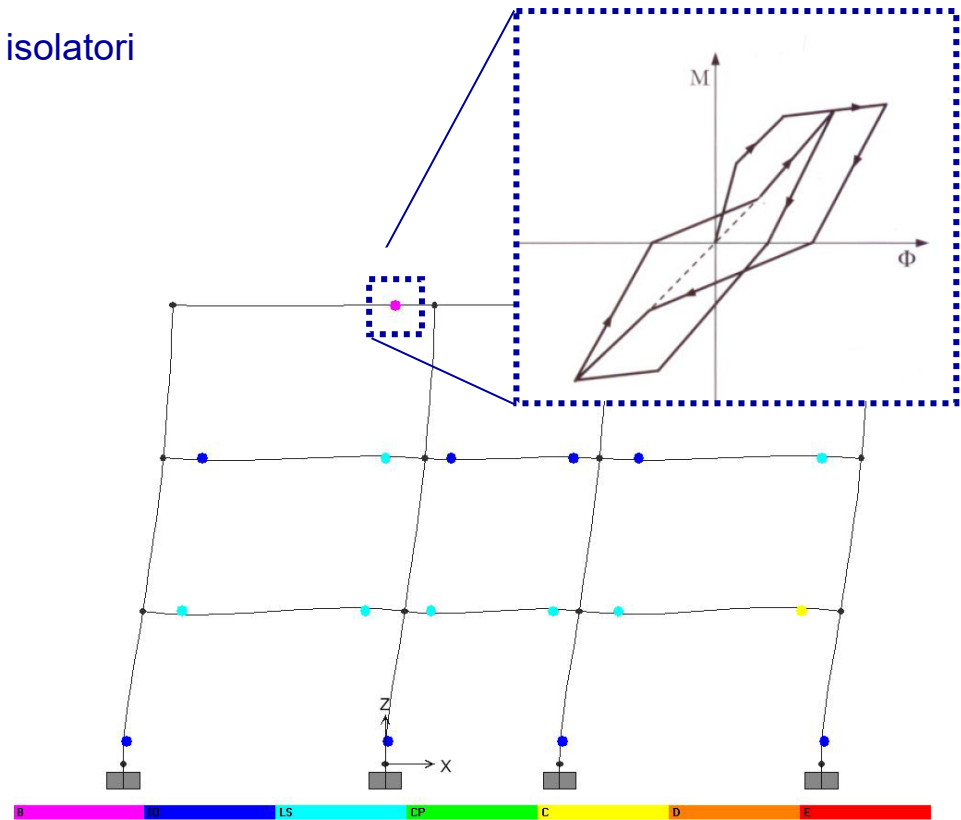
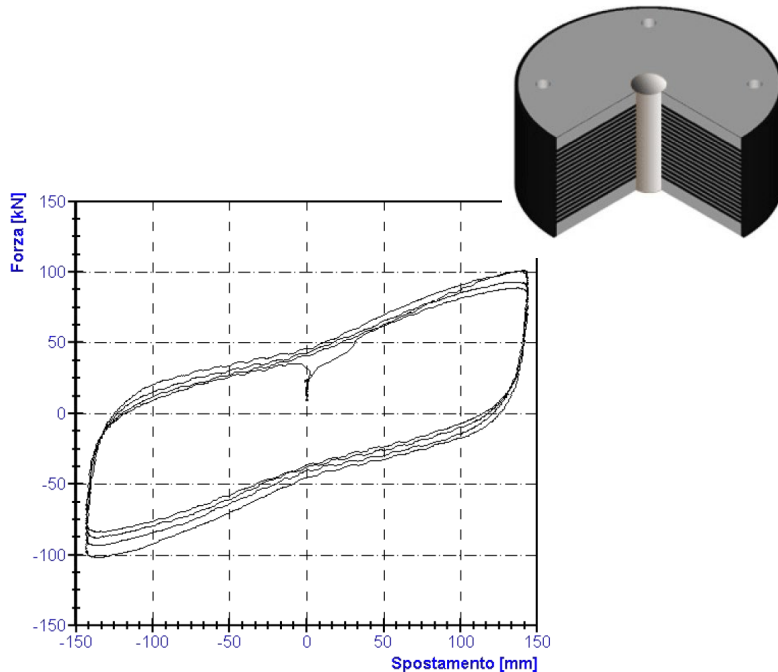
b) *NONLINEARITÀ DISTRIBUITA*

## 2. MODELLAZIONE AD EF 2D o 3D



## Modellazione a N.L. concentrata

concetto di cerniera plastica (elementi beam) – isolatori  
diagrammi ( $M-\phi$  -  $F-\delta$ )

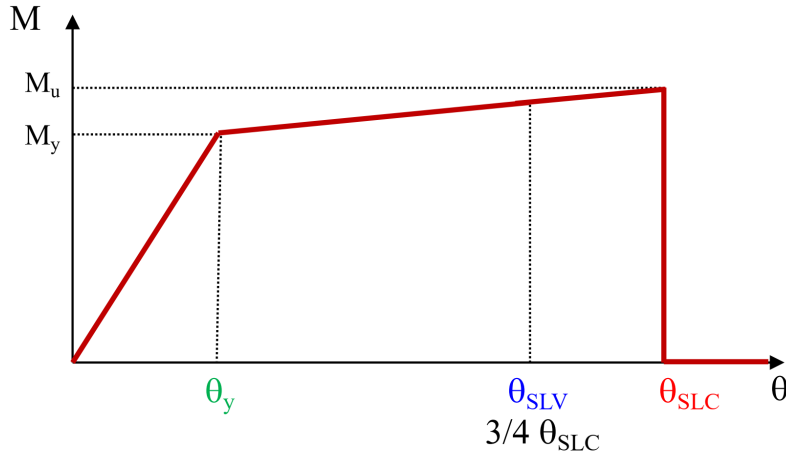


- Si concentrano le deformazioni plastiche della struttura in opportune zone caratterizzate da un legame rigido-plastico (cerniere plastiche zero-length) o elasto-plastico (CP finite length).
- Si impiegano quindi elementi elastici per collegare le cerniere plastiche.
- **Problema 1:** come definire le leggi costitutive e le dimensioni delle CP?
- **Problema 2 :** come tenere conto della variazione di sforzo assiale sulle CP?
- **Approssimazione:** si individuano a priori le zone “critiche” della struttura

# Modellazione a N.L. concentrata

## Cerniere plastiche per strutture a telaio in c.a.

### CERNIERE PLASTICHE NTC 2018 (EC8)



Contributo Flessionale      Contributo Tagliante      Contributo dovuto allo slip delle barre long.

$$\theta_y = \phi_y \frac{L_V}{3} + 0.0013 \left( 1 + 1.5 \frac{h}{L_V} \right) + 0.13 \phi_y \frac{d_b f_y}{\sqrt{f_c}} \quad \text{travi e pilastri} \quad [\text{Circolare NTC2018 - C8.7.2.7a}]$$

$$\theta_y = \phi_y \frac{L_V}{3} + 0.002 \left( 1 - 0.125 \frac{L_V}{h} \right) + 0.13 \phi_y \frac{d_b f_y}{\sqrt{f_c}} \quad \text{pareti} \quad [\text{Circolare NTC2018 - C8.7.2.7b}]$$

$$\theta_{SLC} = \frac{1}{\gamma_{el}} 0.016 \cdot (0.3^v) \left[ \frac{\max(0,0; \omega')}{\max(0,0; \omega)} f_c \right]^{0.225} \left( \frac{L_V}{h} \right)^{0.35} 25 \left( \frac{\rho_{xx} f_{yv}}{f_c} \right) (1,25^{100} \rho_d) \quad [\text{Circolare NTC2018 - C8.7.2.1}]$$

$$\theta_{SLC} = \frac{1}{\gamma_{el}} \left( \theta_y + (\phi_u - \phi_y) L_{pl} \left( 1 - \frac{0,5L_{pl}}{L_V} \right) \right) \quad [\text{Circolare NTC2018 - C8.7.2.5}]$$

### CERNIERE PLASTICHE CONCENTRATE FEMA 356

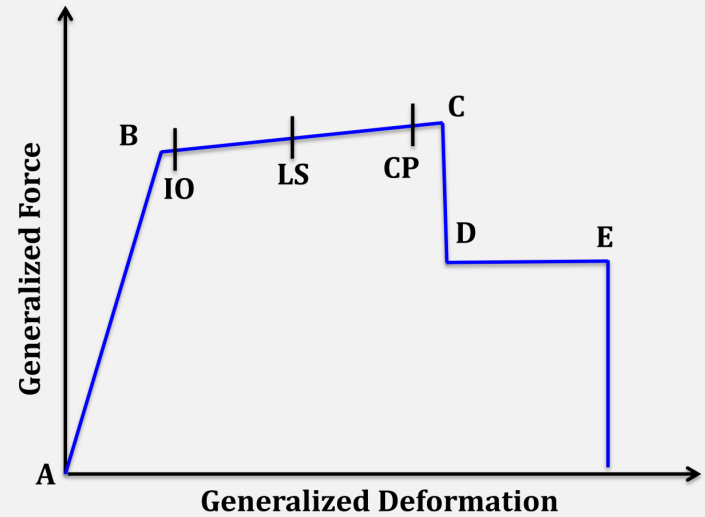


Tabella ASCE 41:2010 per pilastri

Table 6-8 Modeling Parameters and Numerical Acceptance Criteria for Nonlinear Procedures—Reinforced Concrete Columns

Conditions	Modeling Parameters <sup>4</sup>			Acceptance Criteria <sup>4</sup>						
	Plastic Rotation Angle, radians	Residual Strength Ratio	c	Plastic Rotation Angle, radians						
				Performance Level						
				Component Type						
			IO	LS	CP	LS	CP			
i. Columns controlled by flexure <sup>1</sup>										
$\frac{P}{A_g f_c}$	Trans. Reinf. <sup>2</sup>	$\frac{I'}{b_w d_v \sqrt{f_c}}$								
≤ 0.1	C	≤ 3	0.02	0.03	0.2	0.005	0.015	0.02	0.02	0.03
≤ 0.1	C	≥ 6	0.016	0.024	0.2	0.005	0.012	0.016	0.016	0.024
≥ 0.4	C	≤ 3	0.015	0.025	0.2	0.003	0.012	0.015	0.018	0.025
≥ 0.4	C	≥ 6	0.012	0.02	0.2	0.003	0.01	0.012	0.013	0.02
≤ 0.1	NC	≤ 3	0.006	0.015	0.2	0.005	0.005	0.006	0.01	0.015
≤ 0.1	NC	≥ 6	0.005	0.012	0.2	0.005	0.004	0.005	0.008	0.012
≥ 0.4	NC	≤ 3	0.003	0.01	0.2	0.002	0.002	0.003	0.006	0.01
≥ 0.4	NC	≥ 6	0.002	0.006	0.2	0.002	0.002	0.002	0.005	0.006
ii. Columns controlled by shear <sup>1,3</sup>										
All cases <sup>5</sup>			—	—	—	—	—	—	0.030	0.040
iii. Columns controlled by inadequate development or splicing along the clear height <sup>1,4</sup>										
Hoop spacing ≤ d/2			0.01	0.02	0.4	0.005	0.005	0.01	0.01	0.02
Hoop spacing > d/2			0.0	0.01	0.2	0.0	0.0	0.0	0.005	0.01
iv. Columns with axial loads exceeding 0.76P <sub>u</sub> <sup>1,5</sup>										
Conforming hoops over the entire length			0.015	0.025	0.02	0.0	0.005	0.01	0.01	0.02
All other cases			0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

1. When more than one of the conditions i, ii, iii, and iv occurs for a given component, use the minimum appropriate numerical value from the table.  
 2. "C" and "NC" are abbreviations for conforming and nonconforming transverse reinforcement. A component is conforming if, within the ductile plastic hinge region, hoops are spaced at ≤ d/3, and if, for components of moderate and high ductility demand, the strength provided by the hoops (V<sub>h</sub>) is at least three-fourths of the design shear. Otherwise, the component is considered nonconforming.  
 3. To qualify, column must have transverse reinforcement consisting of hoops. Otherwise, sections shall be treated as force-controlled.  
 4. Linear interpolation between values listed in the table shall be permitted.  
 5. For columns controlled by shear, see Section 6.3.1.4.2 for acceptance criteria.

Altro: cerniere concentrate a fibre

# Modellazione a Non Linearità diffusa

Elementi beam a fibre  
Modelli FEM 2D - 3D

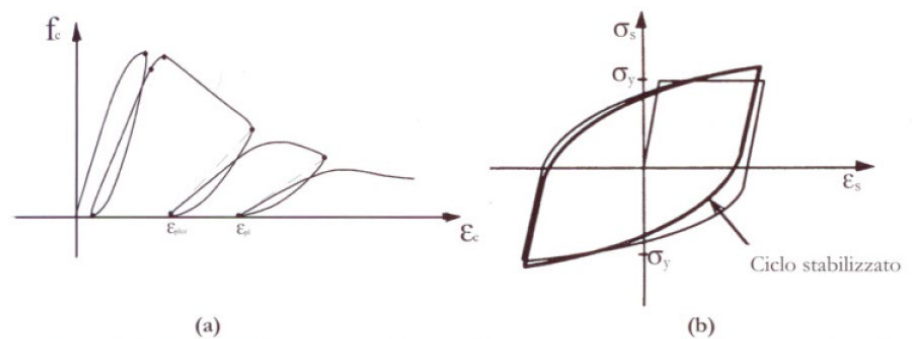
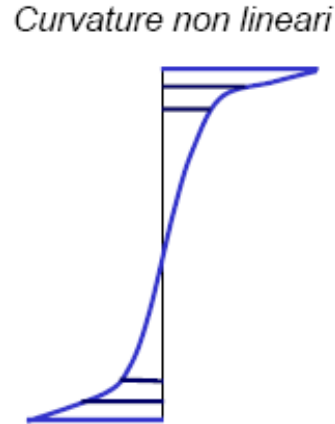
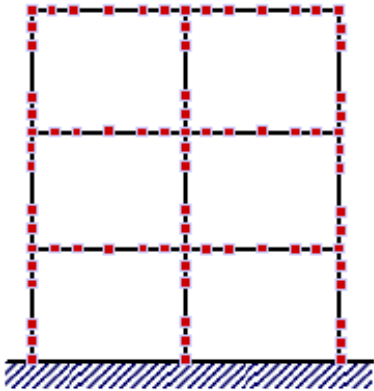


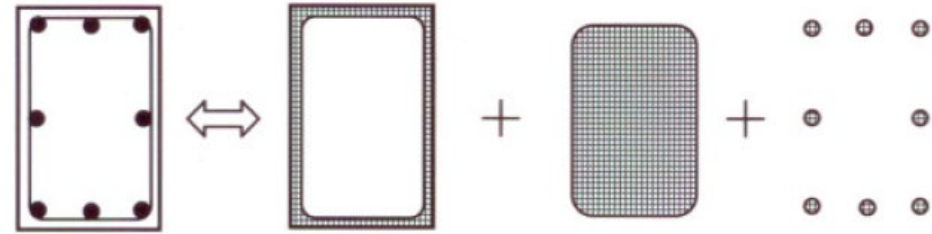
Fig. 2.48 Esempi di legami costitutivi del comportamento anelastico ciclico di:  
(a) calcestruzzo; (b) acciaio

- Modelli F.E.M. 2D o 3D standard.
- Modelli beam non lineari con approccio a fibre.
- Il grado di precisione aumenta con il numero di incognite del problema
- Bisogna infittire le mesh nei punti di maggiore non linearità (formulazione in spostamenti).
- **Possibilità di localizzazione delle deformazioni → mesh dipendenza della soluzione.**
- Richiedono un maggior onere di modellazione, computazionale e di interpretazione dei risultati

# MODELLI A FIBRE

## Concetto di approccio a fibre:

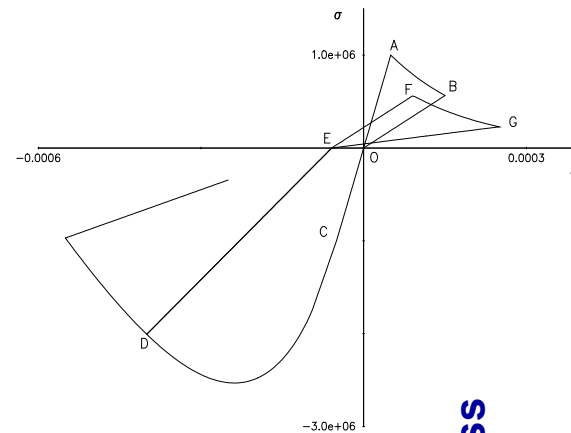
1) Si assume la conservazione delle sezioni piane  $\rightarrow$  in ogni sezione i parametri che descrivono la deformazione sono solamente due (nel piano) o 3 (nello spazio).



2) La sezione di calcestruzzo viene suddivisa in areole (fibre). Per il calcestruzzo si assume una legge costitutiva non lineare.

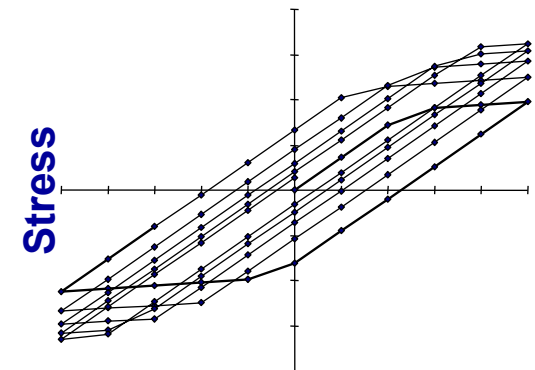
$$\begin{matrix} \varepsilon_g \\ \chi \end{matrix} \rightarrow \sigma_i \rightarrow \begin{matrix} M = \int \sigma_i y dA \\ N = \int \sigma_i dA \end{matrix}$$

3) Ogni posizione di acciaio costituisce una fibra. Per l'acciaio si adotta una legge costitutiva elastoplastica.



**Calcestruzzo**

4) L'integrale delle tensioni sulla sezione viene sostituito dalla sommatoria dei contributi delle single fibre.



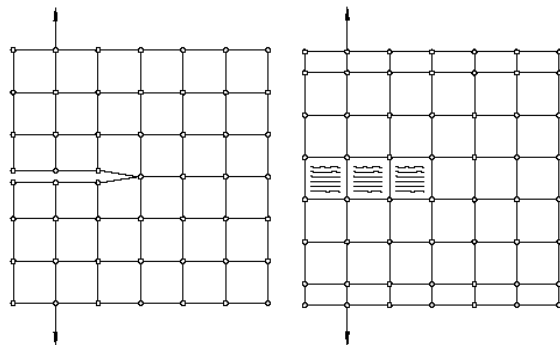
**Acciaio**

**Strain ( $\epsilon$ )**

# Non Linearità del calcestruzzo

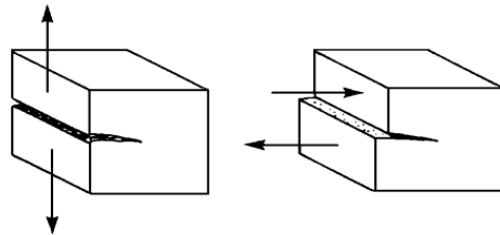
## Approcci principali

- Leggi costitutive analitiche
- **Metodi basati sulla meccanica del danno continuo**
- Metodi basati sulla teoria della plasticità
- Metodi basati sulla meccanica della frattura (a) discreta o (b) distribuita.



(a)

(b)



(a)

(b)

Modi di frattura (a) modo I; (b) modo II [Bhattacharjee e Léger (1992)]

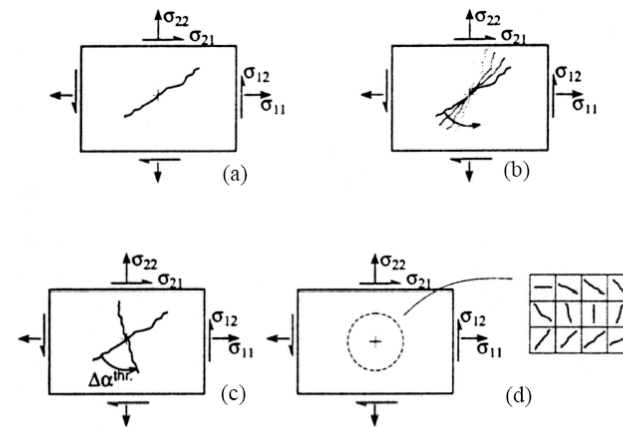


Figura I-6 Modelli classici di fessura diffusa [Ohnenhäuser et al. (1998)]: (a) modello di fessura fissa (FCM); (b) modello di fessura che ruota (RCM); (c) modello di fessure multiple fissate (MFCM); (d) modello dei micropiani



# Modelli di danno nel continuo

Concetto di danno:  $\sigma = (1 - d) \cdot E \cdot \epsilon$   $1 \geq d \geq 0$  sempre crescente

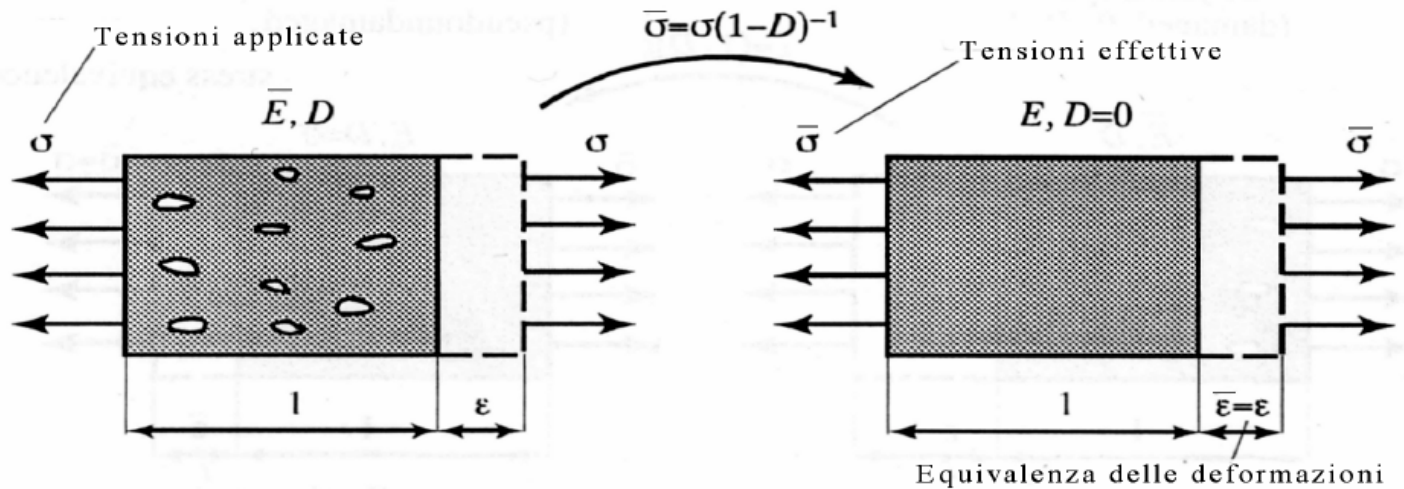


Figura I-8 Principio di equivalenza delle deformazioni [Skrzypek and Ganczarski (1999)]

**d:** danno scalare

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma}{1-d}$$

$$\sigma = (1-d) E \epsilon$$

**D:** danno vettoriale

$$\bar{\sigma} = \mathbf{M}^{-1}(D) : \sigma$$

$$\sigma = \bar{E} \epsilon \quad \bar{E}(D) = \frac{1}{2} (\mathbf{M} : \mathbf{E} + \mathbf{E} : \mathbf{M})$$

**M:** tensore effetto di danno

# Modelli di danno nel continuo

## Two-parameters plastic damage models (Faria and Oliver, 1993)

INTERNAL ENERGY:  $\Psi(\boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\varepsilon}^p, d^+, d^-) = (1-d^+) \Psi_0^+(\boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\varepsilon}^p) + (1-d^-) \Psi_0^-(\boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\varepsilon}^p)$

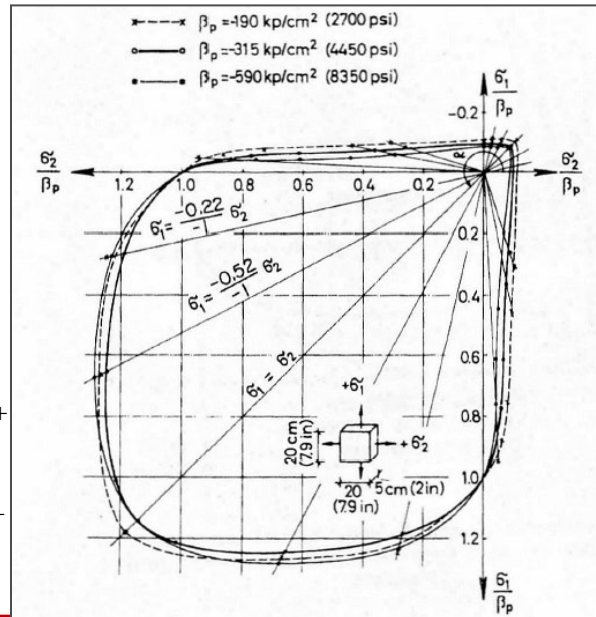
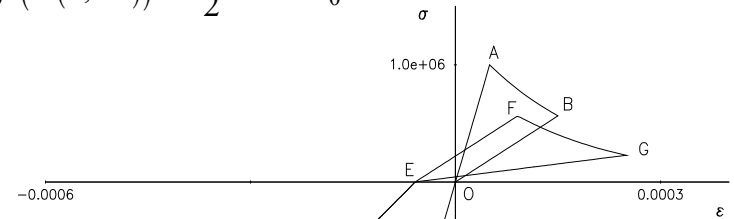
with  $\Psi_0^+ = \Psi_0^+(\bar{\boldsymbol{\sigma}}(\mathbf{e}, \mathbf{e}^p)) = \frac{1}{2} \bar{\boldsymbol{\sigma}}^+ : \mathbf{D}_0^{-1} : \bar{\boldsymbol{\sigma}}$  and  $\Psi_0^- = \Psi_0^-(\bar{\boldsymbol{\sigma}}(\mathbf{e}, \mathbf{e}^p)) = \frac{1}{2} \bar{\boldsymbol{\sigma}}^- : \mathbf{D}_0^{-1} : \bar{\boldsymbol{\sigma}}$

NON-LINEAR CONSTITUTIVE LAW:

$$\boldsymbol{\sigma} = (1-d^+) \bar{\boldsymbol{\sigma}}^+ + (1-d^-) \bar{\boldsymbol{\sigma}}^-$$

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}}(\boldsymbol{\varepsilon}^e) = \mathbf{D}_0 : (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^p) = \mathbf{D}_0 : \boldsymbol{\varepsilon}^e$$

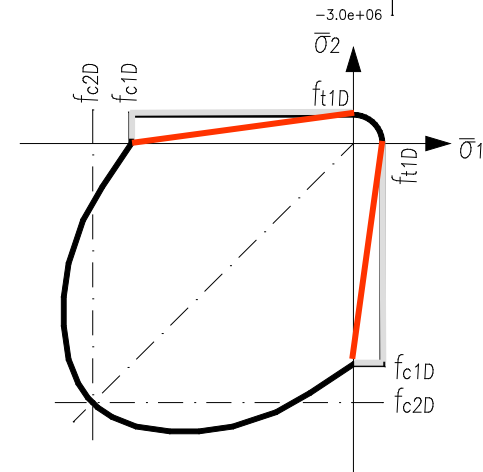
$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \beta E H(\dot{d}^-) \frac{\langle \bar{\boldsymbol{\sigma}} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \rangle}{\bar{\boldsymbol{\sigma}} : \bar{\boldsymbol{\sigma}}} \mathbf{D}_0^{-1} : \bar{\boldsymbol{\sigma}}$$



ION

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}}^+ : \bar{\boldsymbol{\sigma}}^+$$

$$\ll \bar{\boldsymbol{\sigma}}_{\text{oct}}^- + \bar{\boldsymbol{\tau}}_{\text{oct}}^-$$



# Modelli di danno nel continuo

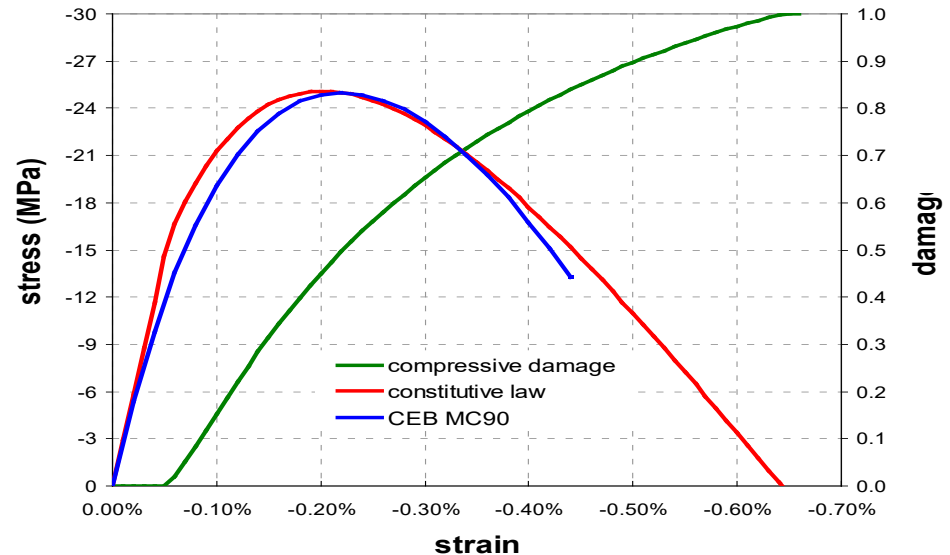
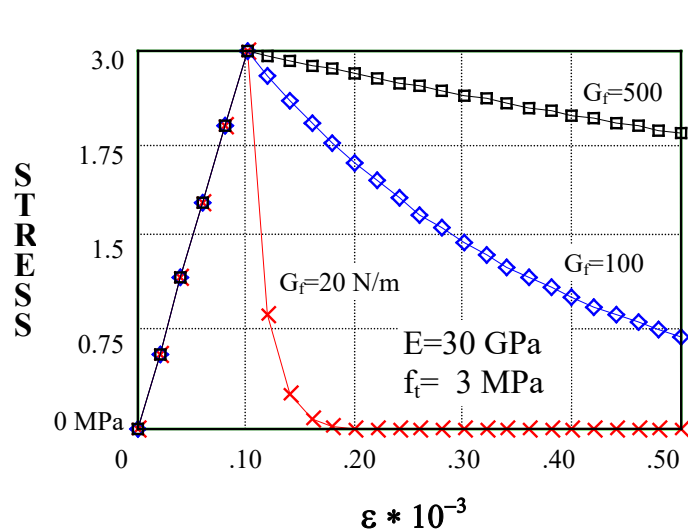
## Damage evolution laws

**Compressive damage** 
$$d^- = 1 - \frac{f_{c,l}}{\bar{\tau}^-} \cdot (1 - B^-) - B^- \cdot \exp \left[ A^- \cdot \left( 1 - \frac{\bar{\tau}^-}{f_{c,l}} \right) \right] \quad f_{c,l} = \alpha f_c$$

Parameters  $A^-$  and  $B^-$  don't have a physical meaning and are obtained by fitting of experimental or analytical/theoretical curves

**Tensile damage** 
$$d^+ = 1 - \frac{f_t}{\bar{\tau}^+} \exp \left( A^+ \cdot \left( 1 - \frac{\bar{\tau}^+}{f_t} \right) \right) \quad A^+ = \left( \frac{E}{f_t^2} \cdot \frac{G_f}{l_c} - \frac{1}{2} \right)^{-1}$$

while parameter  $A^+$  is related to the fracture energy  $G_f$  of the material.



# Problemi di localizzazione

STRAIN SOFTENING MATERIAL



LOCALISATION OF THE DEFORMATION AND TO MESH DEPENDENCY OF THE SOLUTION;

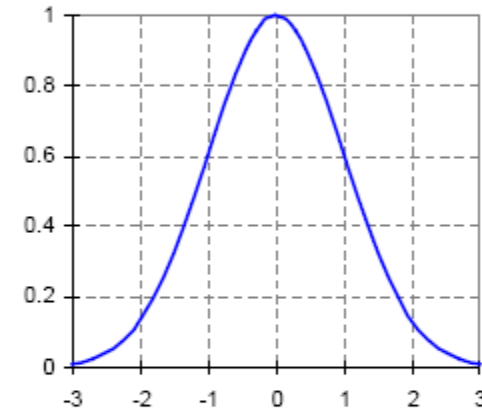


NON LOCAL FORMULATIONS (or gradient models)

$$\bar{\bar{\tau}}(\mathbf{x}) = \frac{1}{V_r(\mathbf{x})} \int_V \psi(\mathbf{x}-\mathbf{s}) \bar{\tau}(\mathbf{s}) dV$$

with

$$\psi(\mathbf{x}-\mathbf{s}) = \exp\left[-\frac{\|\mathbf{x}-\mathbf{s}\|^2}{2l_i^2}\right] \quad V_r(\mathbf{x}) = \int_V \psi(\mathbf{x}-\mathbf{s}) dV$$



MESH SIZE REGULARIZED LOCAL METHOD

$$A = \left( \frac{E_0}{f_t^2} \cdot \frac{G_f}{l^{(e)}} - \frac{1}{2} \right)^{-1} \triangleright \frac{\text{approximated}}{\text{formulation}} \triangleright l^{(e)} = l_{G.P.}^{(e)} = \sqrt[3]{V_{G.P.}}$$

Correct energy dissipation is assured. The mesh dependency is not completely avoided.

ROBERTO SCOTTA – EDIFICI ESISTENTI IN C.A.: CRITERI DI ANALISI E DI MODELLAZIONE

# Problemi di localizzazione

## Analisi non locale:

(influenza il volume di materiale danneggiato)

tensione equivalente **non locale**:  $\tilde{\tau} = \frac{1}{V_r(x)} \cdot \int_V \psi(x-s) \cdot \tau \cdot ds$  with  $V_r(x) = \int_V \psi(x-s) \cdot ds$

funzione peso gaussiana:  $\psi(x-s) = \exp\left(-\frac{\|x-s\|^2}{2l_c^2}\right)$  con  $l_c = \frac{G_f}{g_f} \cong 3.0 \cdot d_a$

## Analisi locale corretta:

(si definisce una energia specifica di frattura corretta dipendente dalla mesh)

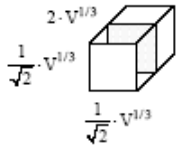
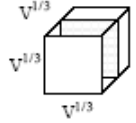
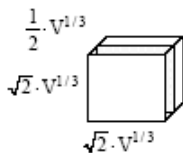
$$g_f^{(e)} = \frac{G_f}{l_c^{(e)}}$$

teorico (Oliver):

$$l_c^{(e)} = \frac{V^{(e)}}{\int_{V^{(e)}} \frac{\partial \phi}{\partial X'} dV}$$

approssimato:

$$l_c^{(e)} = \sqrt[m]{V^{(e)}} \quad m = \begin{cases} 1 - 1D \text{ analysis} \\ 2 - 2D \text{ " } \\ 3 - 3D \text{ " } \end{cases}$$

Distorsione elemento	Volume elemento	Superficie di frattura	Energia dissipata		
			teorica	A.L. standard $l_c = \text{costante}$	A.L. corretta $l_c^{(e)} = \sqrt[3]{V}$
 <p>1 : 2.82</p>	V	$0.5 \cdot V^{2/3}$	$0.5 \cdot V^{2/3} \cdot G_f$	$V \cdot G_f / l_c$	$V^{2/3} \cdot G_f$
 <p>1 : 1</p>	V	$1.0 \cdot V^{2/3}$	$1.0 \cdot V^{2/3} \cdot G_f$	$V \cdot G_f / l_c$	$V^{2/3} \cdot G_f$
 <p>2.82 : 1</p>	V	$2.0 \cdot V^{2/3}$	$2.0 \cdot V^{2/3} \cdot G_f$	$V \cdot G_f / l_c$	$V^{2/3} \cdot G_f$

# Esempio: lastra con foro circolare soggetta a trazione

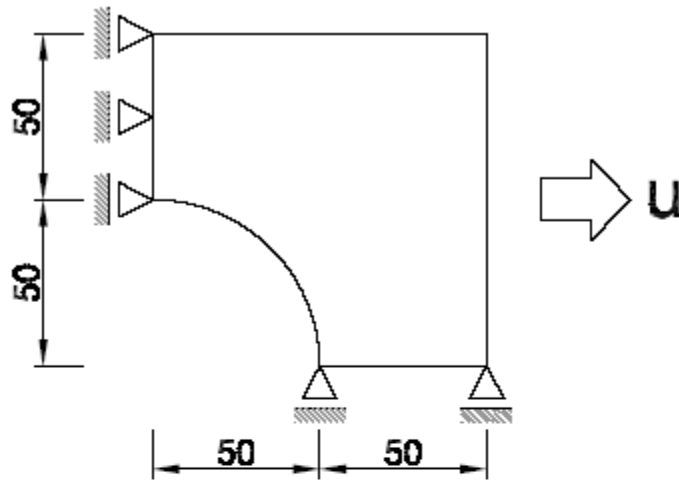


Figura IV—30 Condizioni al contorno del quarto di lastra

Tabella IV-5 Caratteristiche meccaniche del materiale

Modulo di Young iniziale	$E = 20000 \text{ MPa}$
Rapporto di Poisson	$\nu = 0.18$
Resistenza a trazione monoassiale	$f_0^T = 0.5 \text{ MPa}$
Energia di frattura	$G_f = 0.005 \text{ N/mm}$
Lunghezza caratteristica (metodo locale standard e metodo non-locale)	$L_c = 60 \text{ mm}$

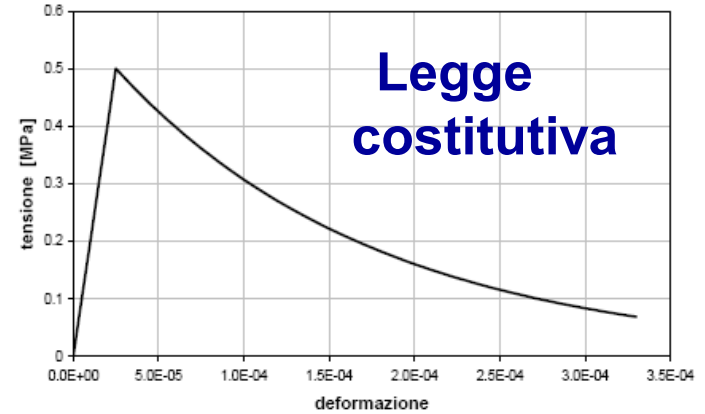
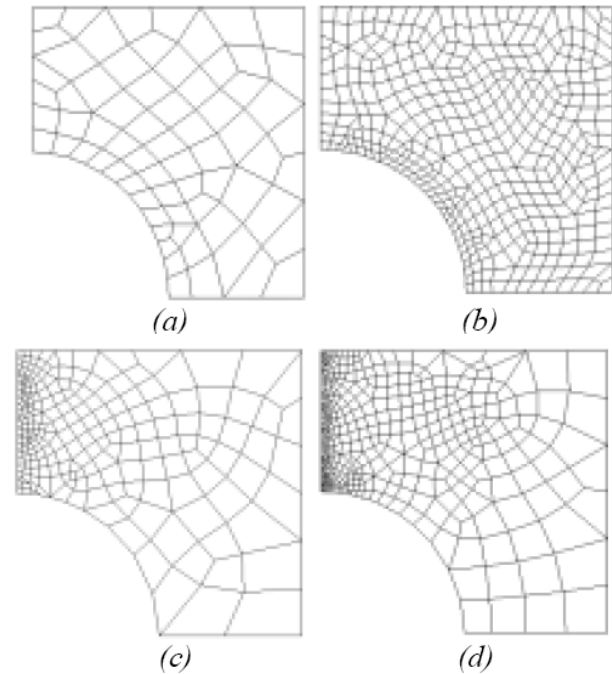


Figura IV—31 Diagramma tensioni-deformazioni

Mesh



## Geometria del problema

# Esempio: lastra con foro circolare soggetta a trazione

## Modello locale

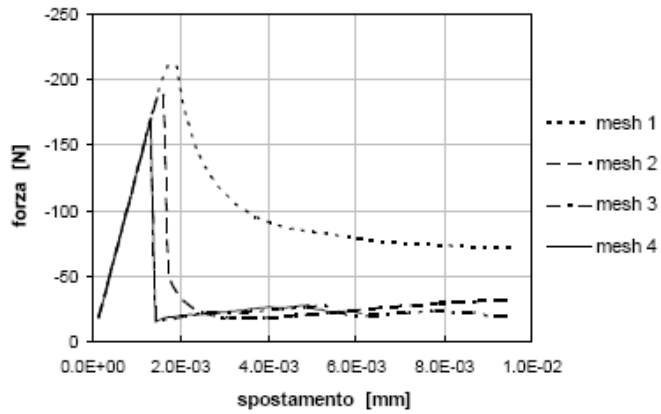


Figura IV—33 Diagramma forza – spostamento, modello locale standard.

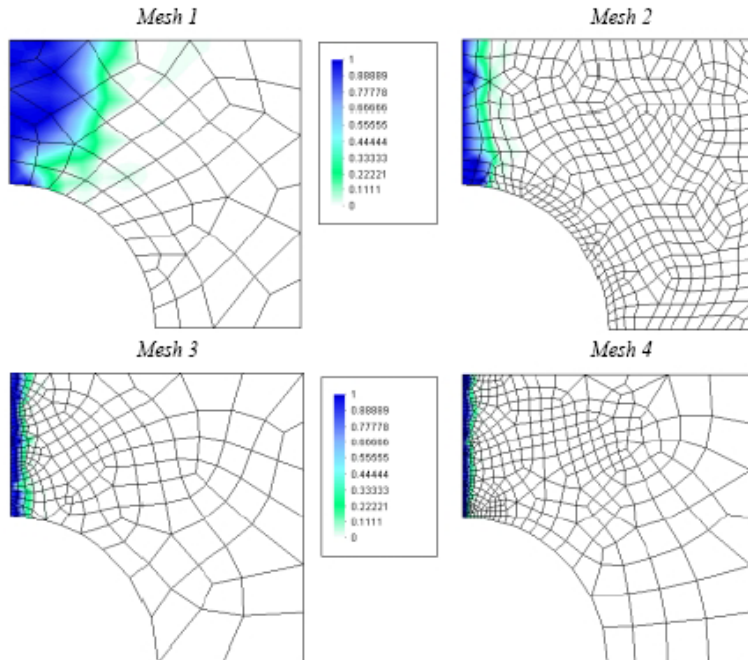


Figura IV—34 Distribuzione del danno, modello locale standard.

## Modello locale migliorato

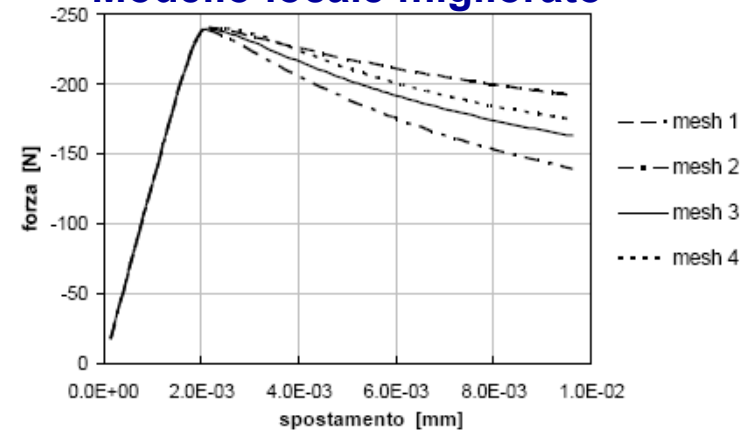


Figura IV—35 Diagramma forza-spostamento, modello locale migliorato.

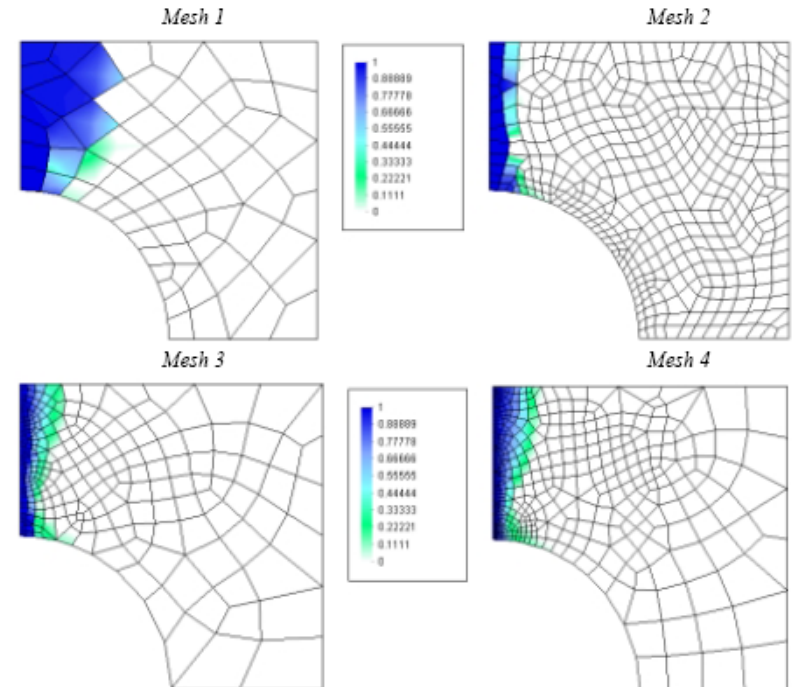


Figura IV—36 Distribuzione del danno, modello locale migliorato.



# Esempio: lastra con foro circolare soggetta a trazione

## Modello locale migliorato

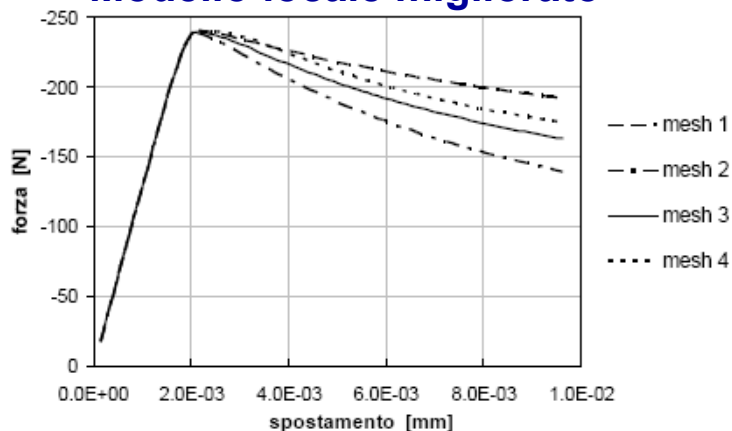


Figura IV—35 Diagramma forza-spostamento, modello locale migliorato.

## Modello non locale

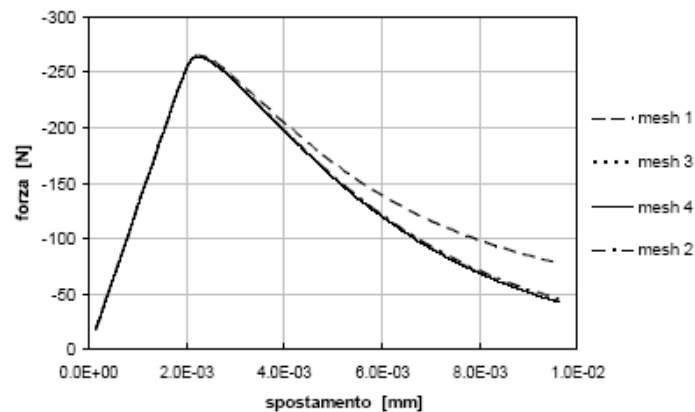


Figura IV—37 Diagramma forza - spostamento, modello non-locale.

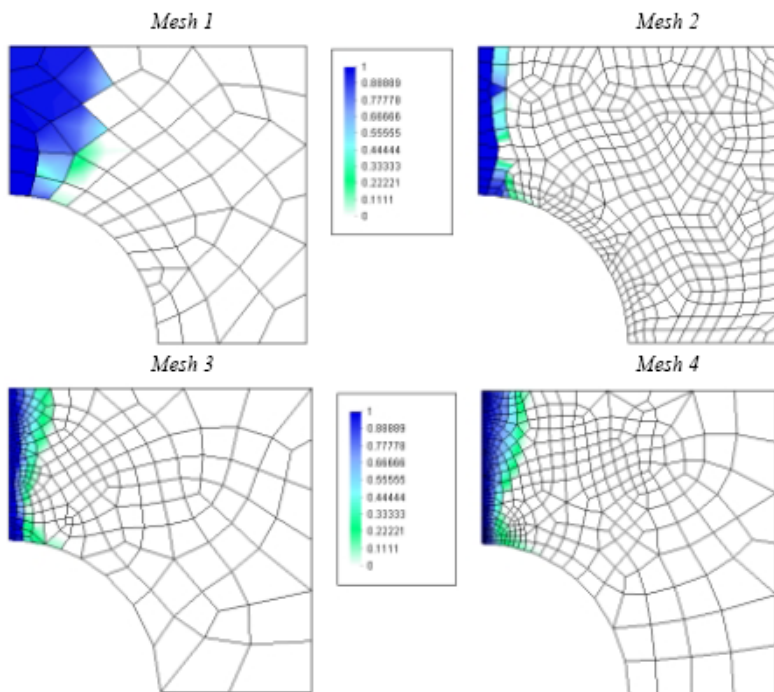


Figura IV—36 Distribuzione del danno, modello locale migliorato.

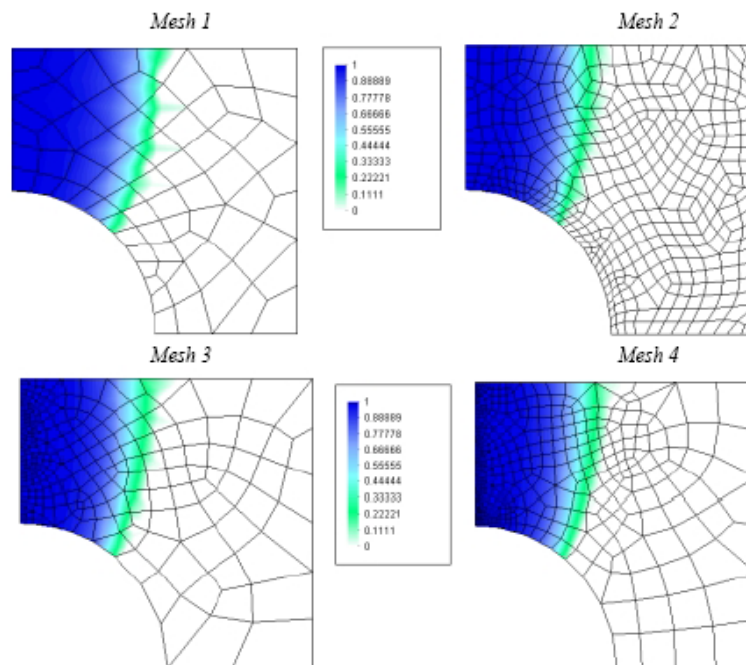


Figura IV—38 Distribuzione del danno, modello non-locale.

# MODELLI DI DANNO CON APPROCCIO A FIBRE

## Definizione degli indici di danno

### Structure damage indexes

**F.E.M.  
approach**

$$D = 1 - \frac{W_d}{W_0} = \frac{\int_V \rho_0 \Psi_0 dV - \int_V (1-d)\rho_0 \Psi_0 dV}{\int_V \rho_0 \Psi_0 dV} = \frac{\int_V d\rho_0 \Psi_0 dV}{\int_V \rho_0 \Psi_0 dV}$$

**fibers  
approach**

$$D_{type,mat}^{sign} = \frac{\sum_{beams} \left( \sum_i V_{i,mat} \cdot d_{i,type,mat}^{sign} \cdot E \cdot \varepsilon_i^2 \right)}{\sum_{beams} \left( \sum_i V_{i,mat} \cdot E \cdot \varepsilon_i^2 \right)}$$

### Section damage indexes

**axial**

$$D_{type,mat}^{AXIAL,sign} = \frac{\sum_i A_{i,mat} * d_{i,type,mat}^{sign}}{\sum_i A_{i,mat}}$$

where:

- type: global / current
- mat: cls / steel
- sign: + / -

**flexural**

$$D_{type,mat}^{FLEX,sign} = \frac{\sum_i J_{i,mat} * d_{i,type,mat}^{sign}}{\sum_i J_{i,mat}}$$

and the current damage is:

- d<sup>+</sup> where  $\sigma \geq 0$ , else 0
- d<sup>-</sup> where  $\sigma \leq 0$ , else 0

# Push over singola colonna - Fibre

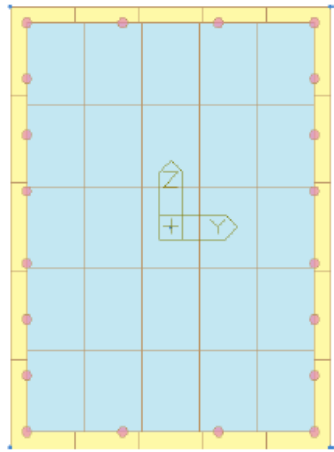


Figura 5.4: sezione con 61 fibre.

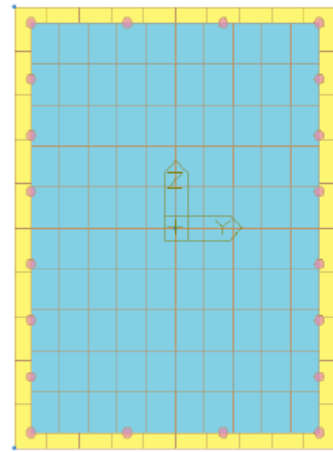


Figura 5.5: sezione con 100 fibre.

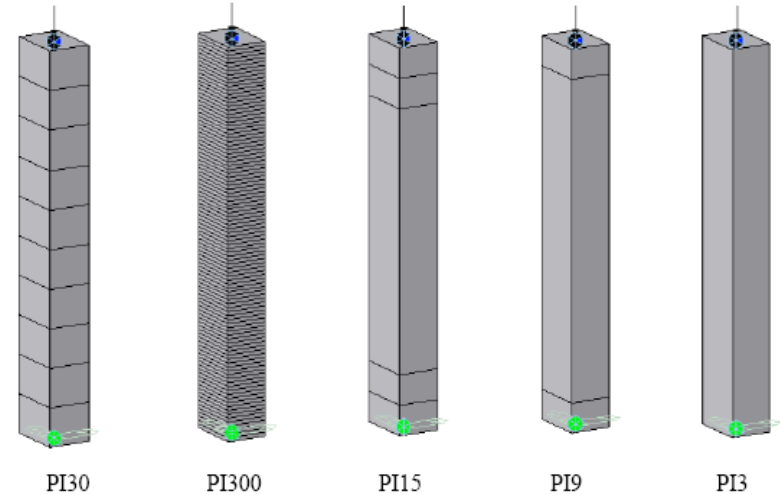


Figura 5.9: colonne utilizzate nella prova e loro suddivisione.

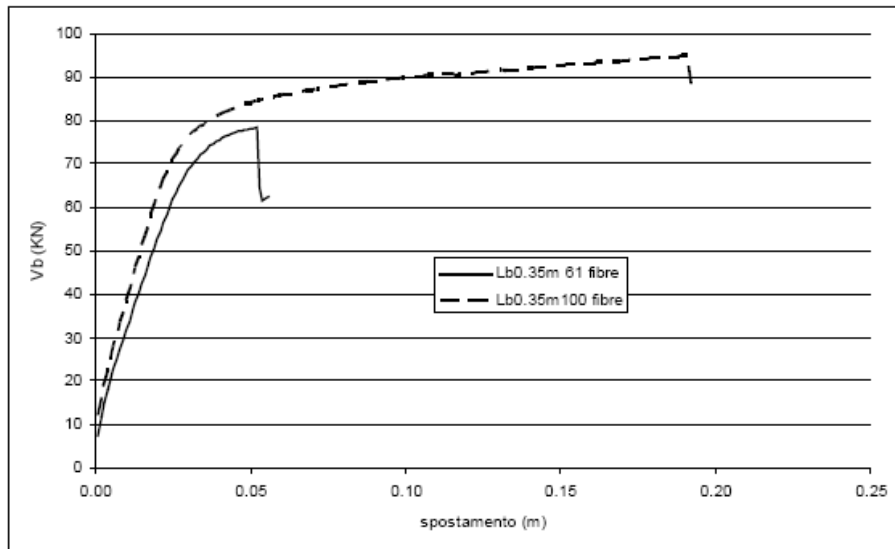


Figura 5.7: influenza del numero di fibre con dieci el. beam, per un totale quindi di 30 p.ti Gauss.

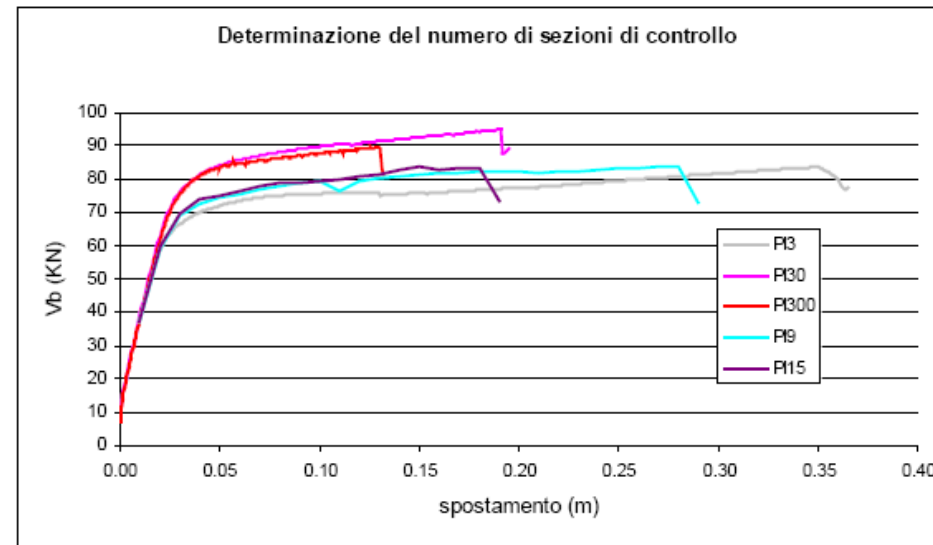


Figura 5.10: risultati dell'analisi.

# Push-over singola colonna - CP concentrate

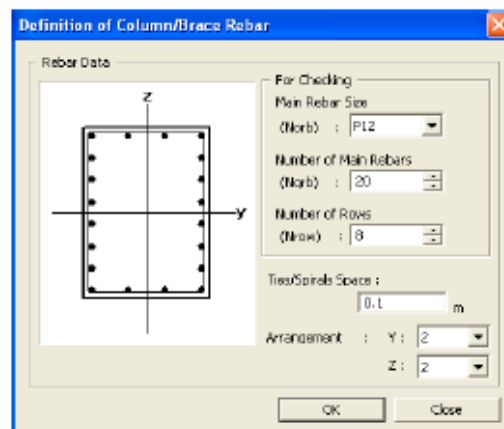


Figura 4.6: armature nella cerniera plastica. Figura 4.7: pilastro caricato.

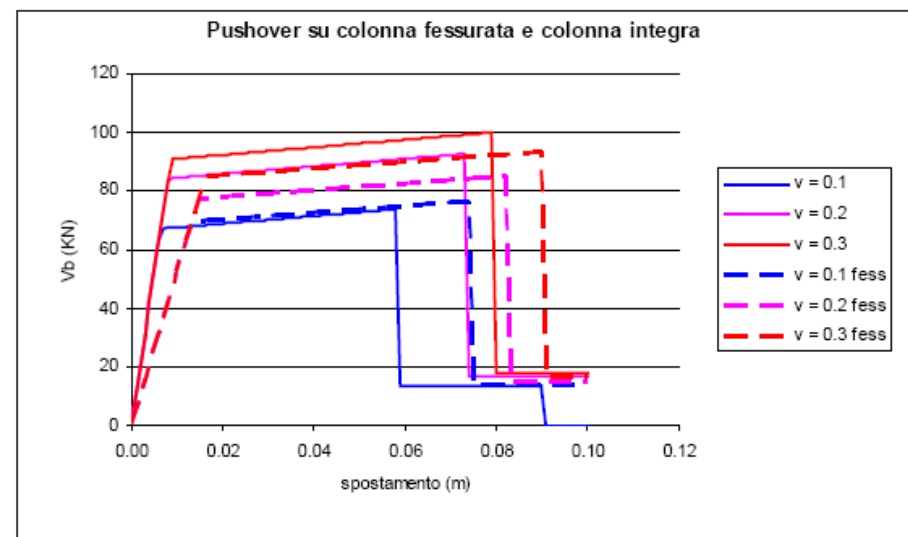
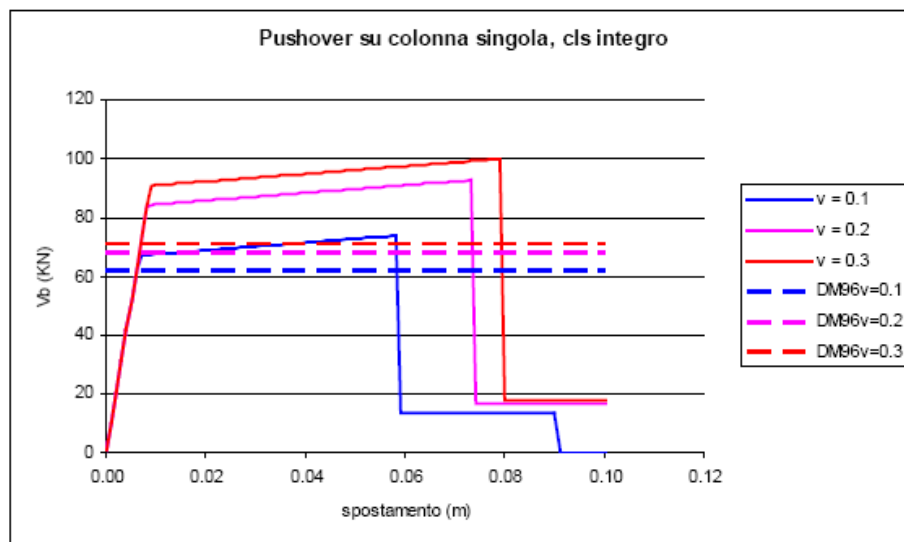


Figura 4.8: confronto tra  $V_b$  risultante dalla pushover e quello ottenuto dal calcolo lineare.

C Figura 4.10: confronto tra colonna fessurata e colonna integra.

# Push over singola colonna - CP vs. Fibre

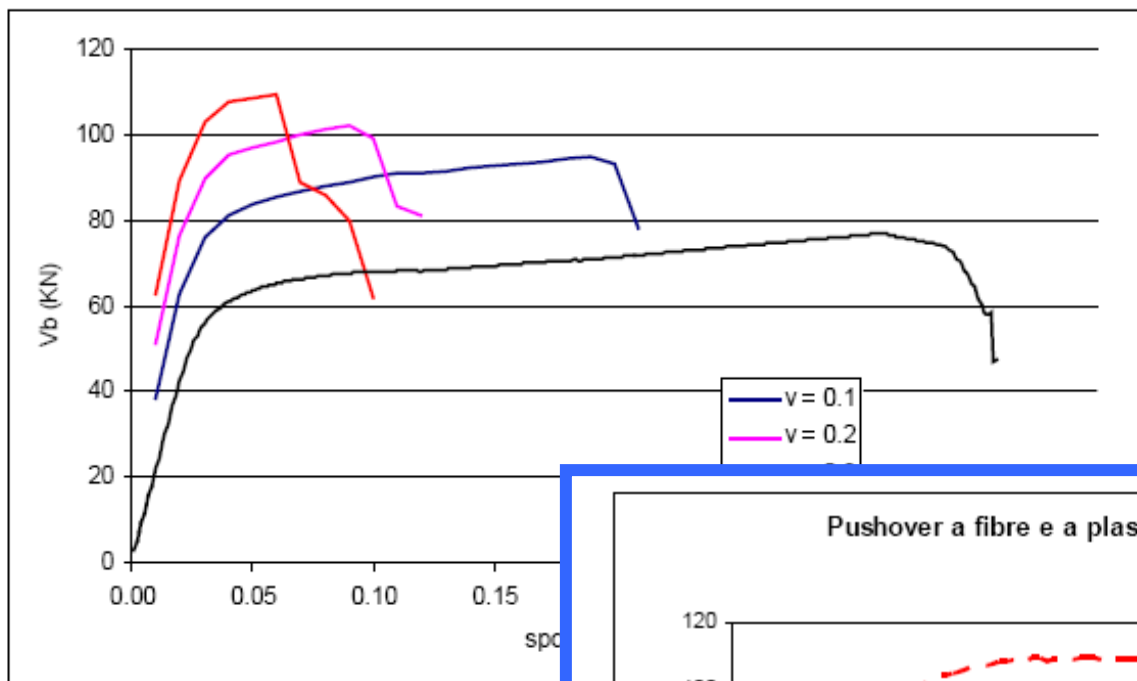


Figura 5.12: influenza del carico assiale sulla pr

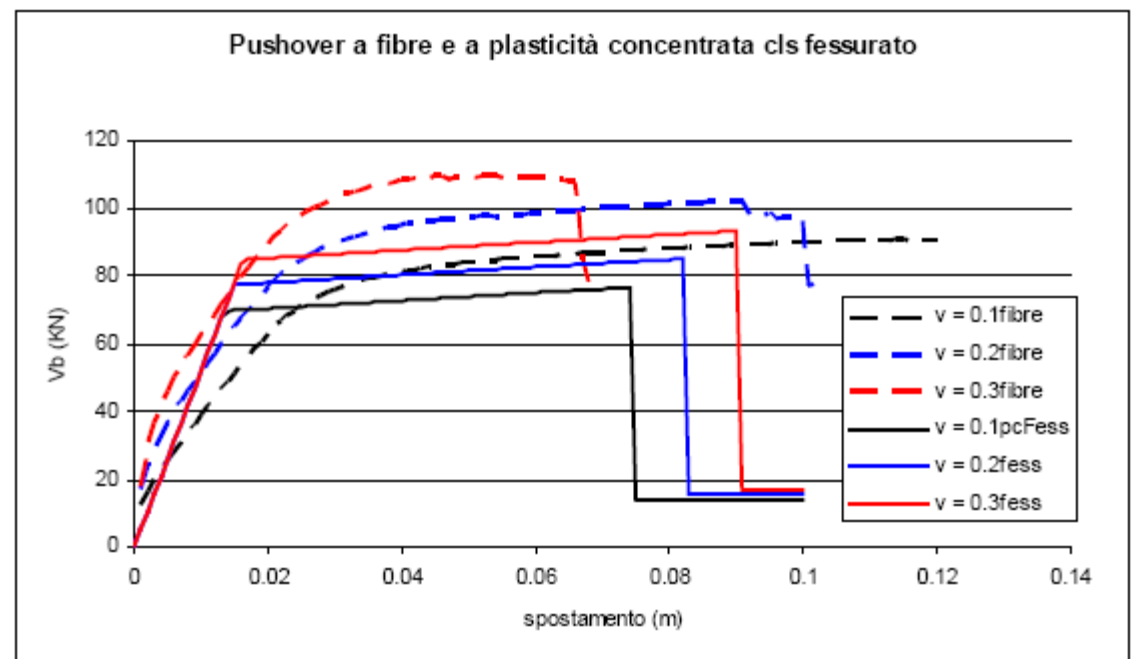


Figura 5.19: colonna a plasticità concentrata e a fibre, calcestruzzo fessurato.

# Push over singola colonna

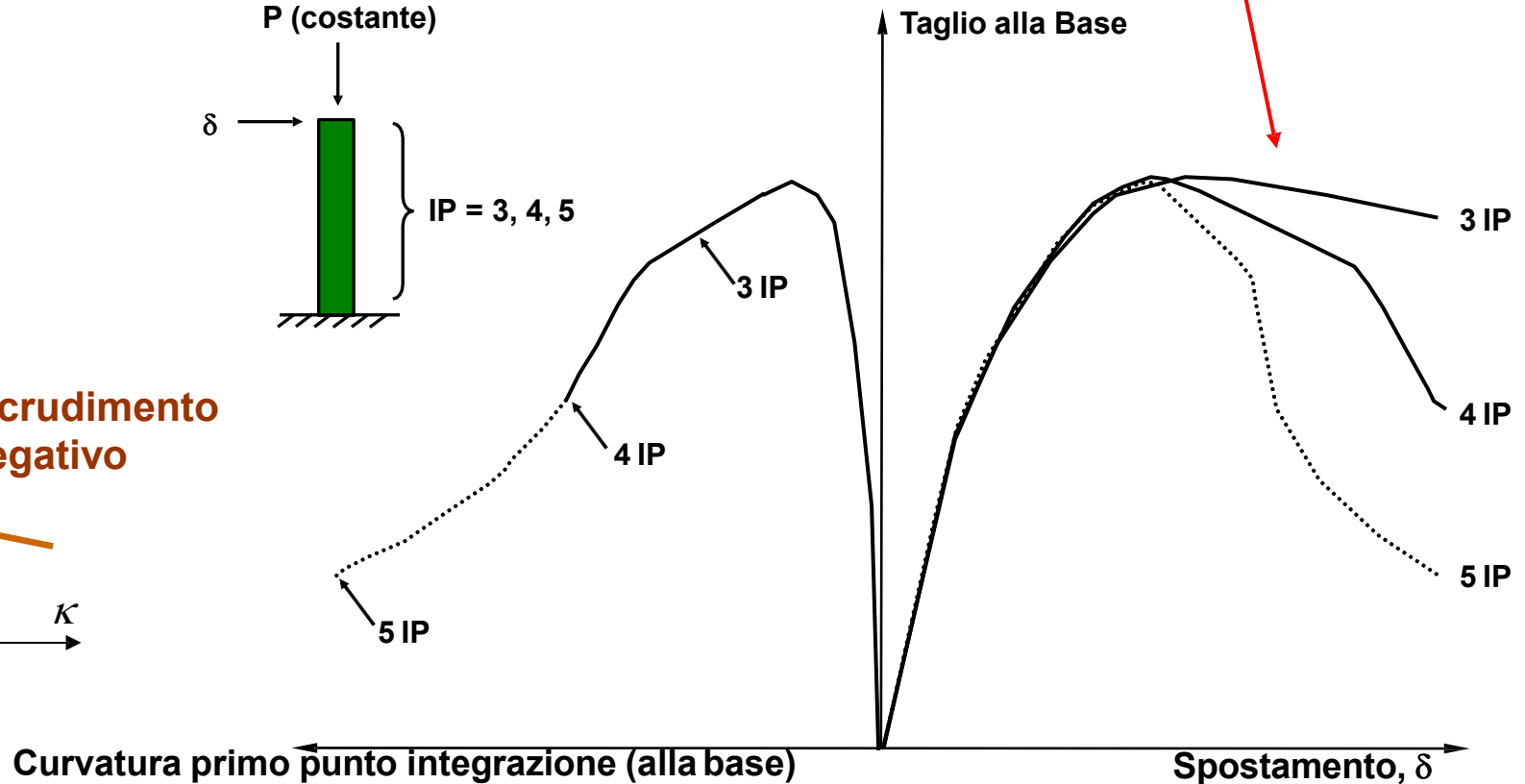
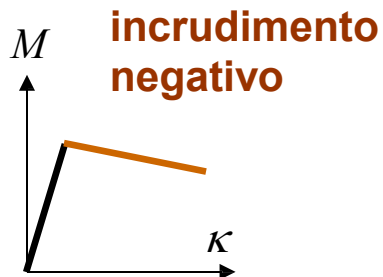
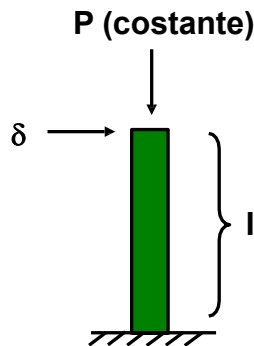
dipendenza dalle regole di integrazione (non oggettività della risposta)

Punti di Integrazione IP=3,4,5 (Gauss-Lobatto)

**RISPOSTA NON OGGETTIVA**

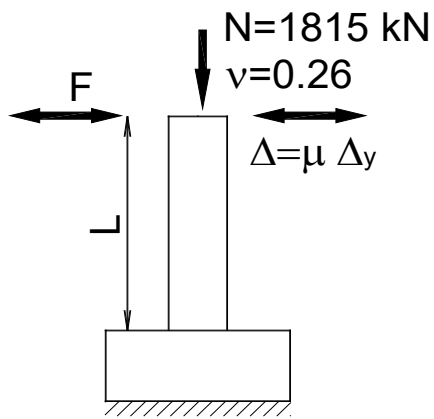
**SEZIONE**

**STRUTTURA**

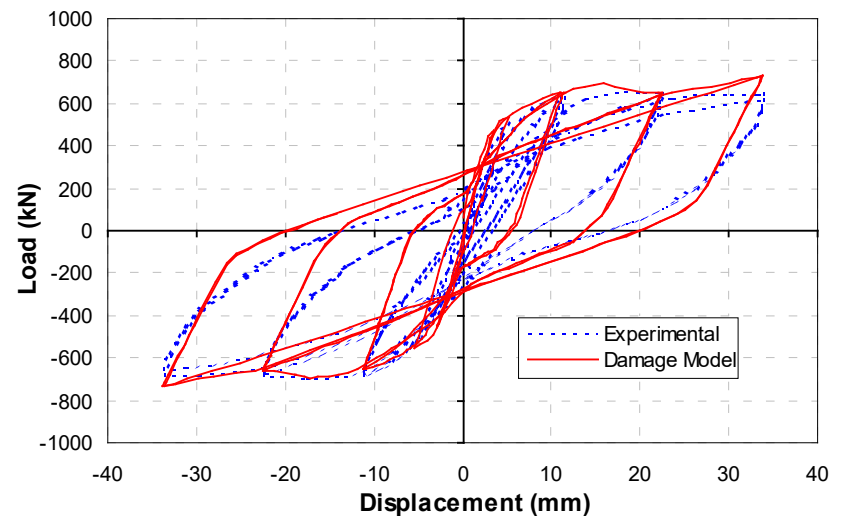
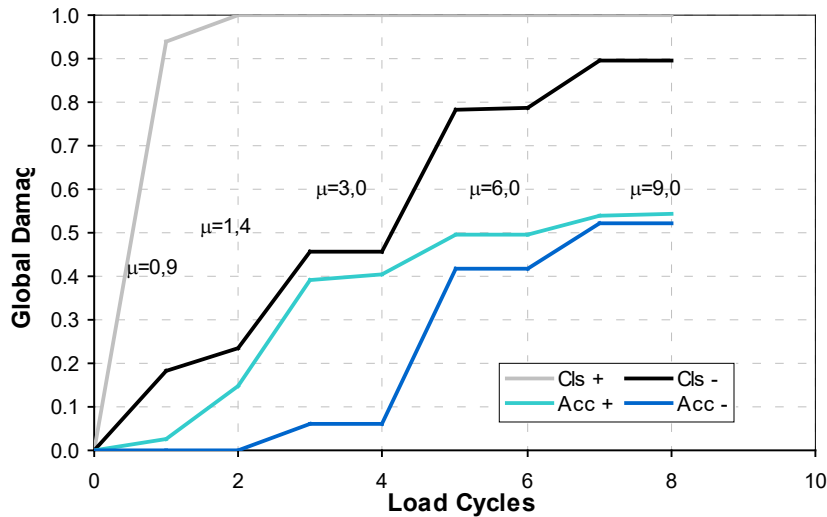
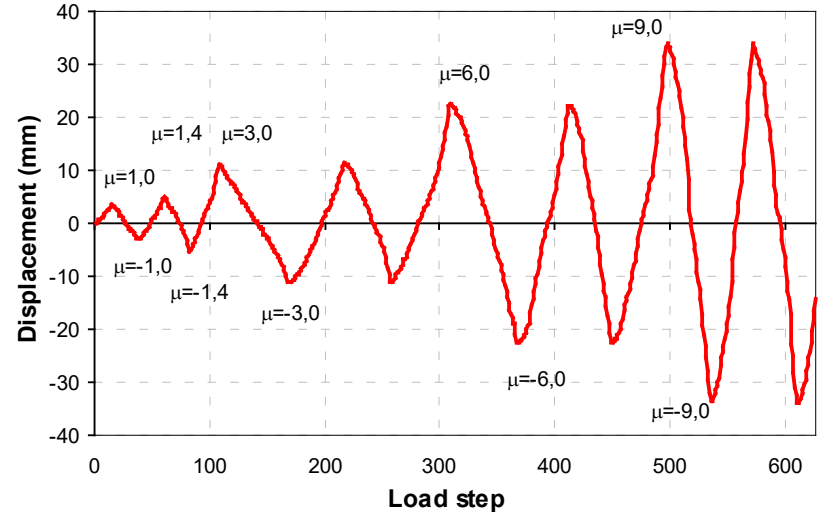


# TEST DI VALIDAZIONE

## Comparison between experiments (Gill, 1979) and numerical solution

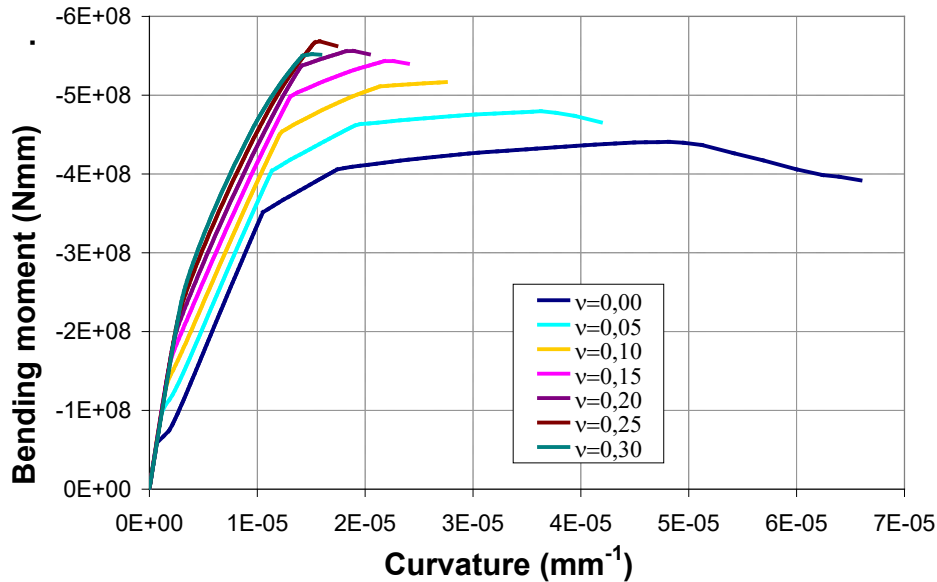
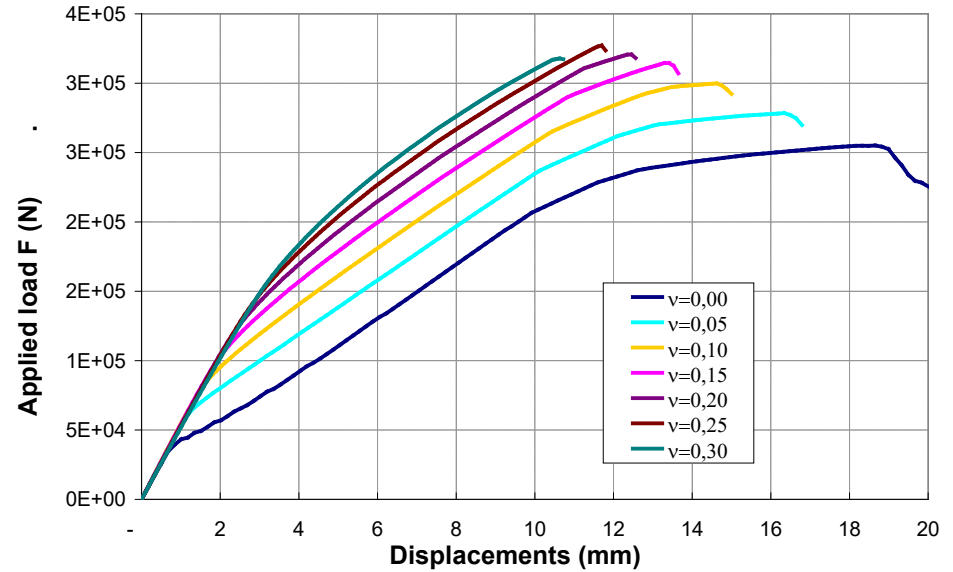
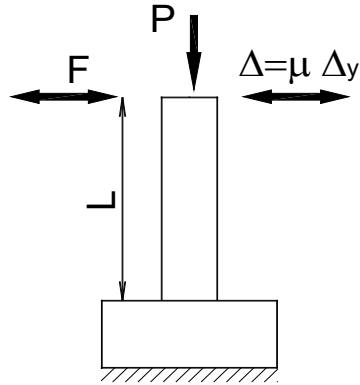


Principal Test Data		
<u>R.C. Section</u>		
Base B	550	mm
Height H	550	mm
Length L	1200	mm
Cover C	40	mm
Long reinf As	12#24	
Stirrups Ast	4#10 / 80	
<u>Materials characteristics</u>		
$f_c$	23.1	MPa
$f_t$	2.3	MPa
$E_c$	30 000	MPa
$f_{y,s}$	375	MPa
$f_{t,s}$	636	MPa
$f_{y,st}$	297	MPa
$f_{t,st}$	510	MPa
$E_s$	206 000	MPa



# TEST DI VALIDAZIONE

## Ductility of R.C. columns

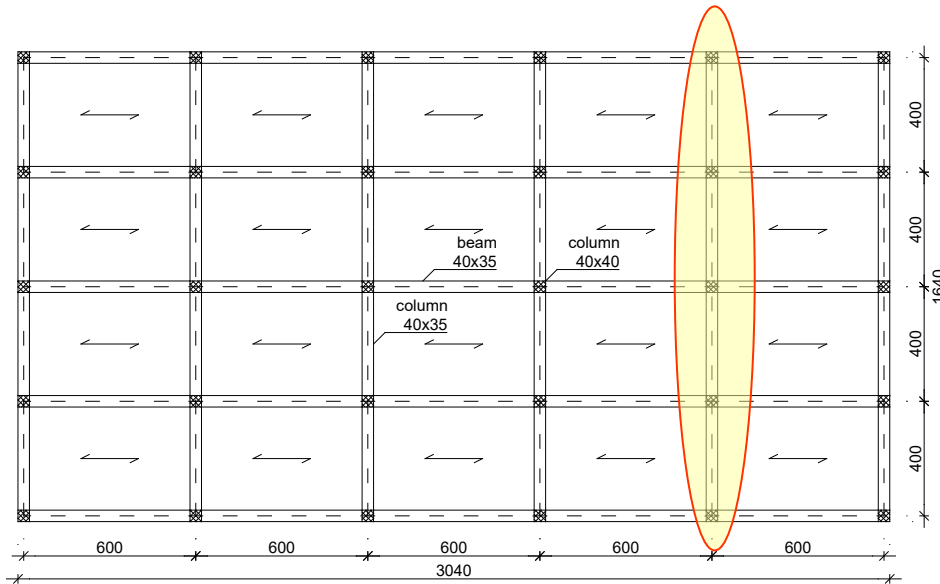


Principal Test Data		
<i>R.C. Section</i>		
Base B	400	mm
Height H	400	mm
Length L	1700	mm
Cover C	40	mm
Long reinf $A_s$	12#24	
Stirrups $A_{st}$	4#8 / 130	
<i>Materials characteristics</i>		
$f_c$	38.0	MPa
$f_t$	3.8	MPa
$E_c$	34 500	MPa
$\epsilon_0$	0.20%	
$\epsilon_u$	0.57%	
$f_{y,s}$	510	MPa
$f_{t,s}$	515	MPa
$f_{y,st}$	510	MPa
$f_{t,st}$	515	MPa
$E_s$	206 000	MPa

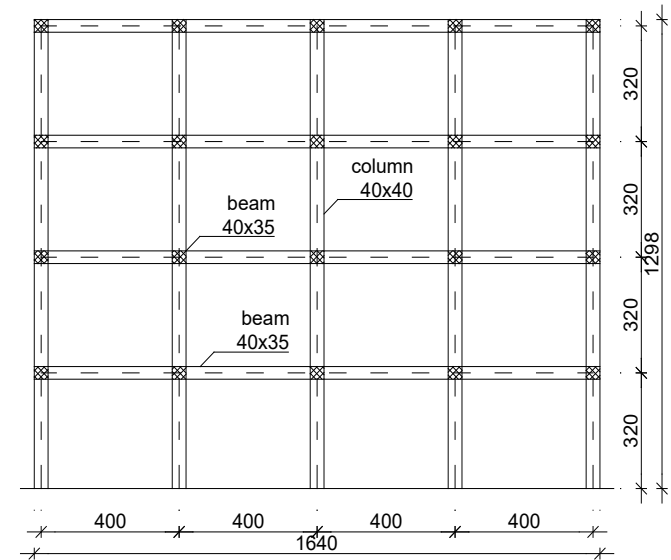


# ANALISI SISMICA DI UN TELAIO IN C.A.

R.C. frames designed according to the new Italian Seismic Code (OPCM 3274/03)



Typical floor plan



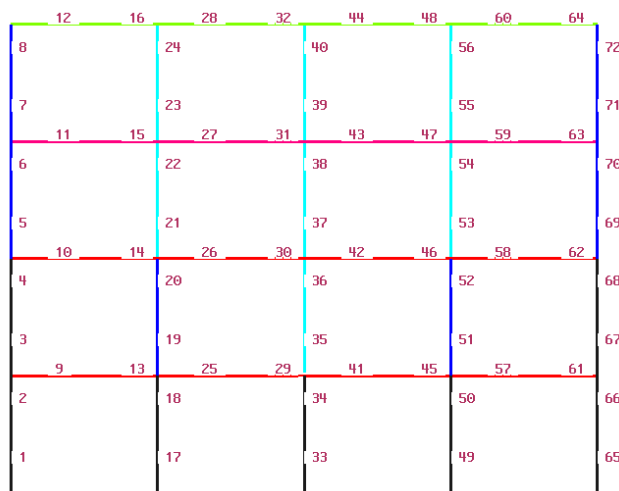
Frames elevation (CD'A)

The frames are designed to stand in Zone 1, that is for a  $PGA=0.35g$ , soil type C with  $S=1.25$ , with two different ductility demand:

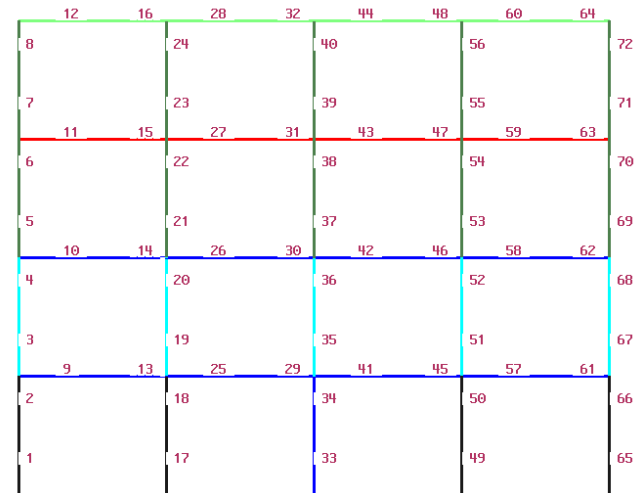
- CD'A", high ductility, with "hierarchy strength criteria"
- CD"B", low ductility, without "hierarchy strength criteria"

# ANALISI SISMICA DI UN TELAIO IN C.A.

## Numerical model and materials data



$T_1=0.87$  sec



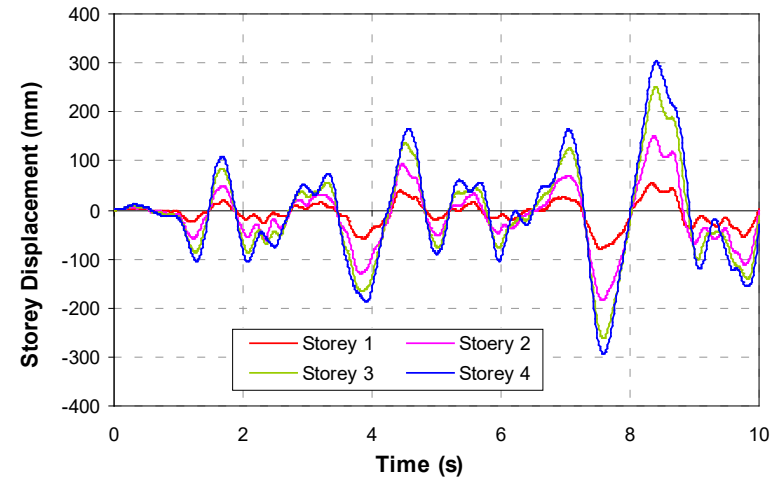
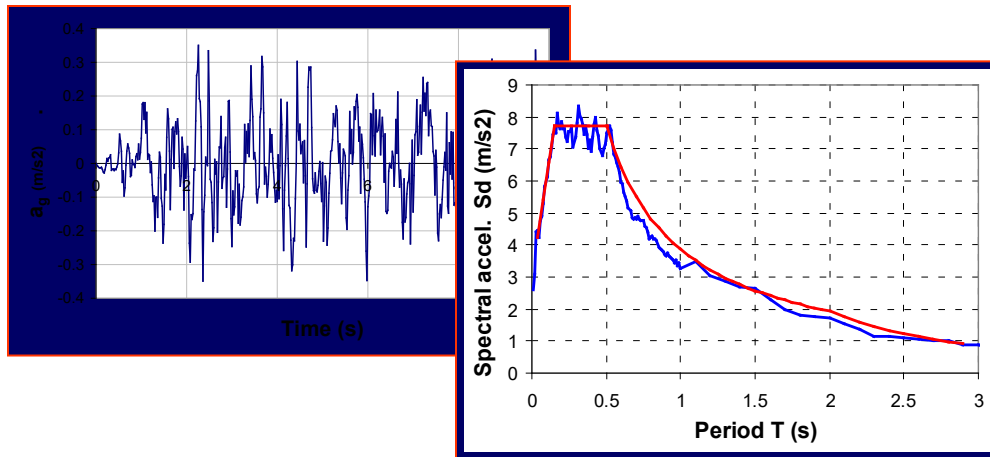
$T_1=0.65$  sec

CDA						CDB					
element	id.	b (mm)	h (mm)	lower steel	upper steel	element	id.	b (mm)	h (mm)	lower steel	upper steel
column	1	400	400	10 $\phi$ 16	10 $\phi$ 16	column	1	500	500	10 $\phi$ 20	10 $\phi$ 20
	2	400	400	8 $\phi$ 16	8 $\phi$ 16		2	500	500	7 $\phi$ 20	7 $\phi$ 20
	3	400	400	7 $\phi$ 16	7 $\phi$ 16		3	500	500	6 $\phi$ 20	6 $\phi$ 20
beam	4	400	350	7 $\phi$ 16	9 $\phi$ 18	beam	4	400	400	6 $\phi$ 20	6 $\phi$ 20
	5	400	350	6 $\phi$ 16	8 $\phi$ 18		5	400	350	8 $\phi$ 16	10 $\phi$ 18
	6	400	350	4 $\phi$ 16	6 $\phi$ 18		6	400	350	6 $\phi$ 16	8 $\phi$ 18
	7	400	350	4 $\phi$ 16	4 $\phi$ 18		7	400	350	4 $\phi$ 16	6 $\phi$ 18
						8	400	350	4 $\phi$ 16	4 $\phi$ 18	
<b>Mechanical characteristics of material:</b>				concrete	$f_c$	30	MPa				
				steel	$f_y$	430	MPa				

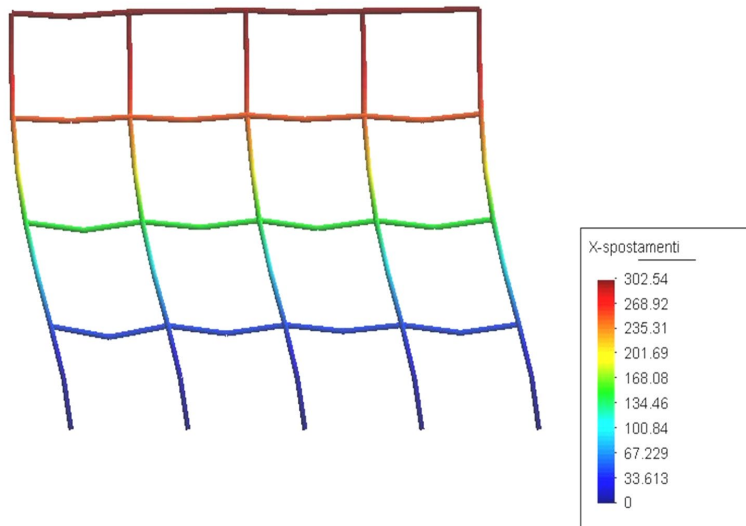
# ANALISI SISMICA DI UN TELAIO IN C.A.

Non-linear dynamic analysis of CD“A” building frame

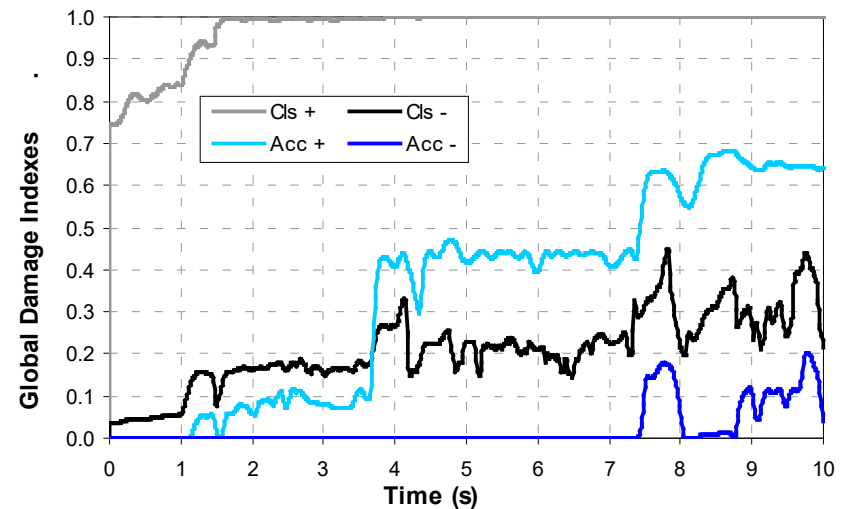
Analysis with 0,85 g P.G.A.



Time history of floors horizontal displ.



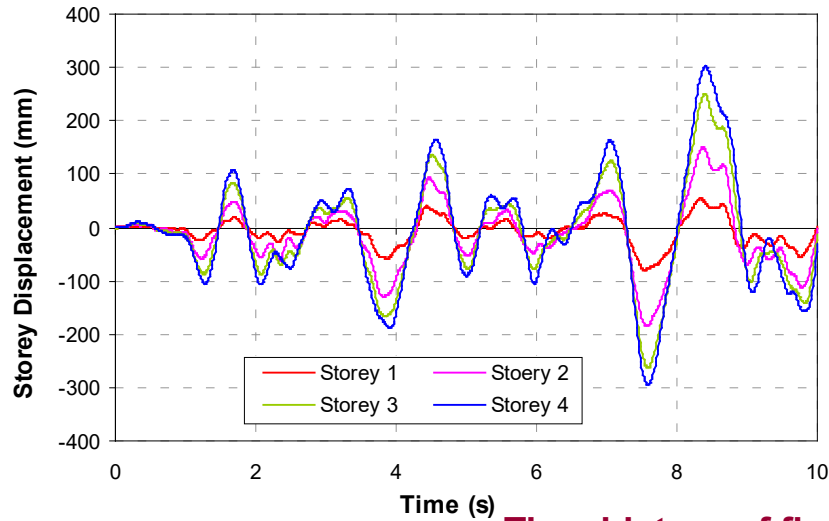
Deformed configuration at 8,4 s



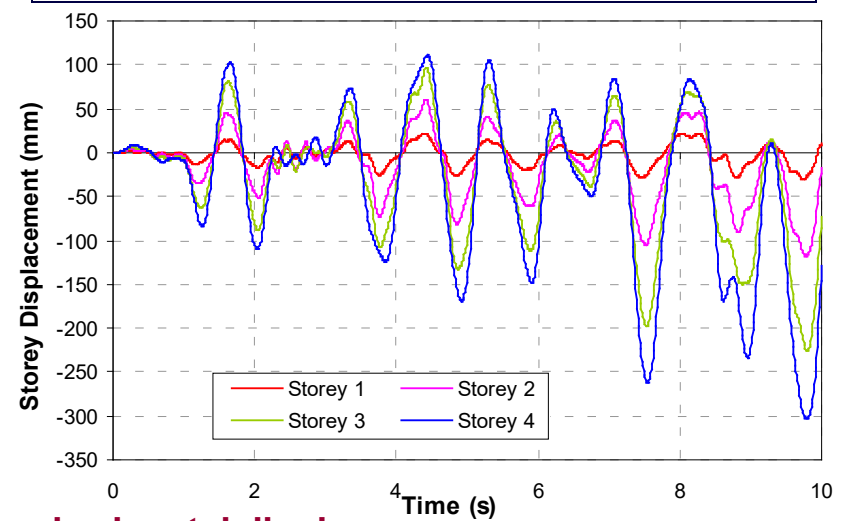
Time history of global damage indexes

# ANALISI SISMICA DI UN TELAIO IN C.A.

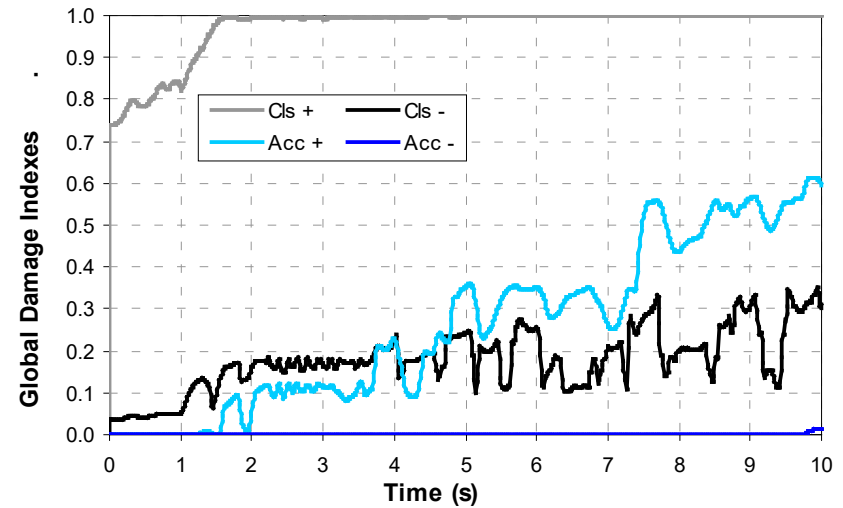
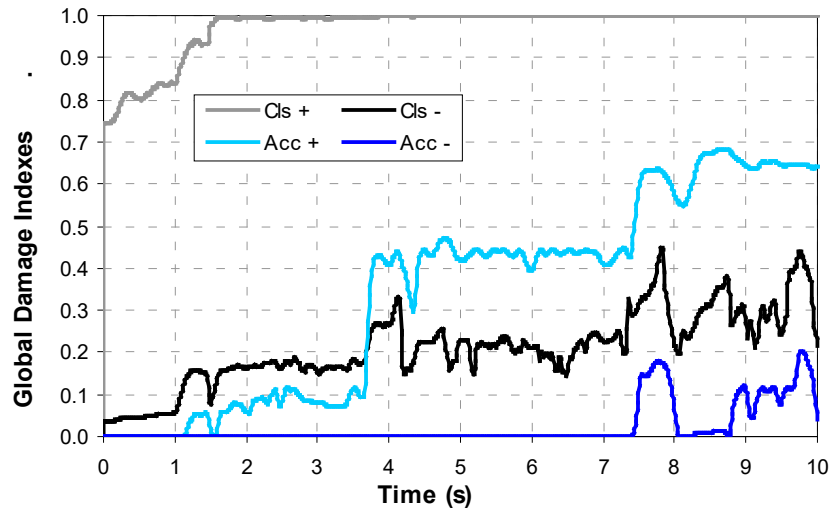
## CD“A” - PGA 0.85 g



## CD“B” - PGA 0.75 g



Time history of floors horizontal displ.

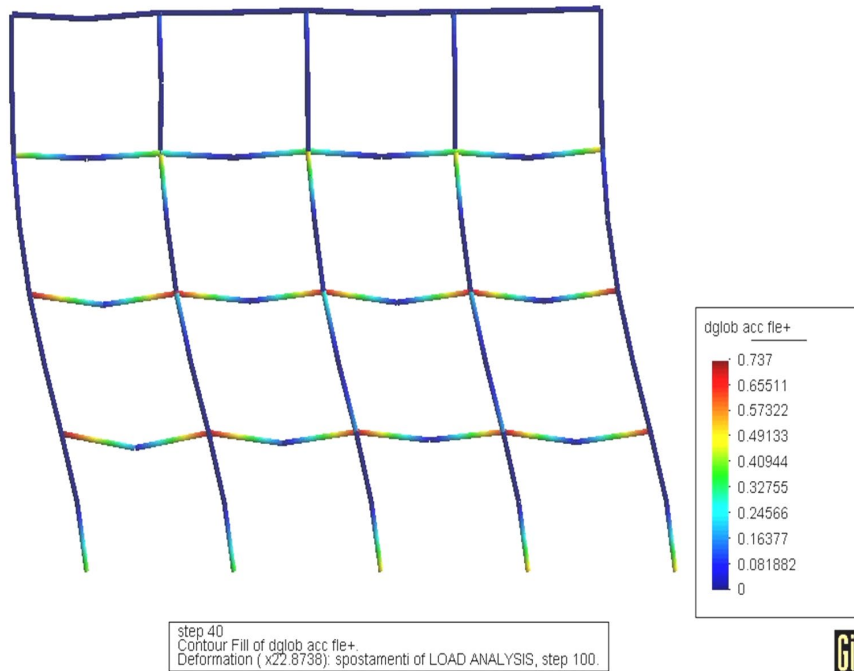


Time history of global damage indexes

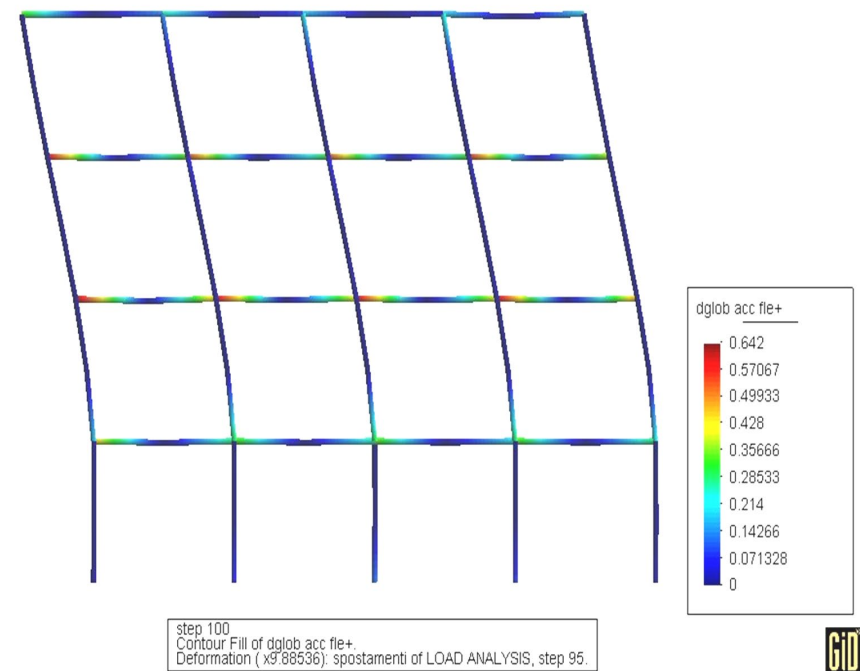
# ANALISI SISMICA DI UN TELAIO IN C.A.

## Comparison between CD“A” and CD”B” frames

CD“A” - PGA 0.85 g



CD”B” - PGA 0.75 g



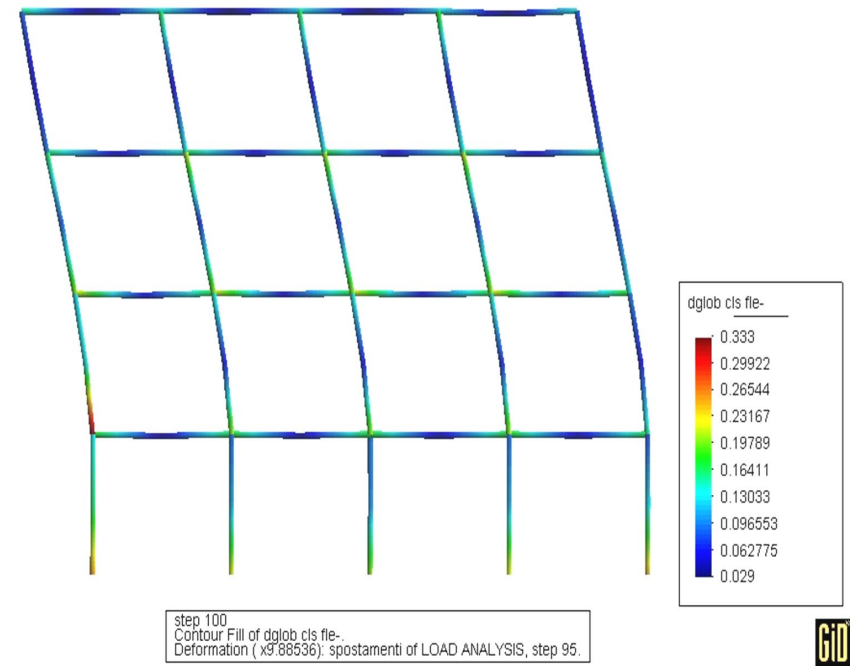
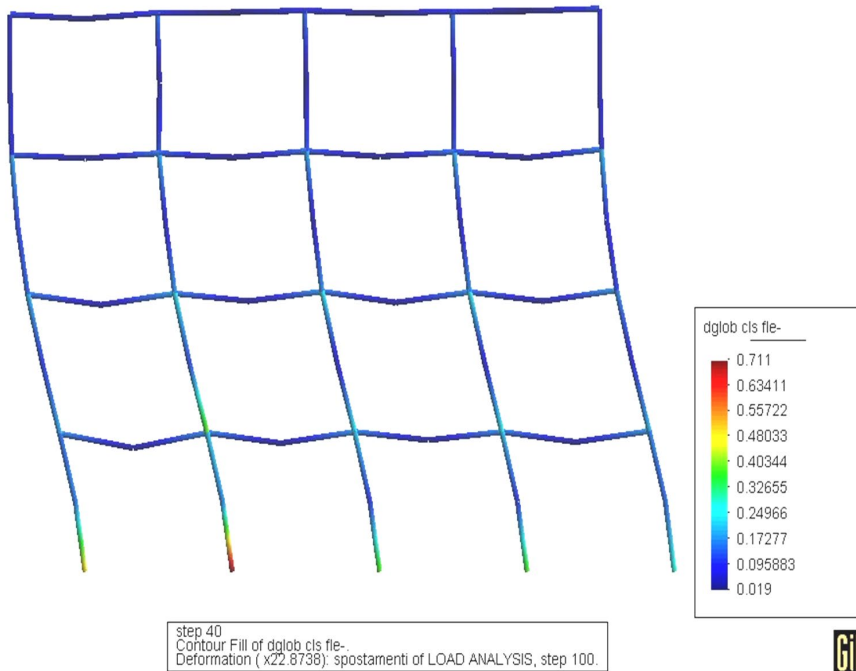
Flexural tensile steel damage contour

# ANALISI SISMICA DI UN TELAIO IN C.A.

## Comparison between CD“A” and CD”B” frames

CD“A” - PGA 0.85 g

CD”B” - PGA 0.75 g



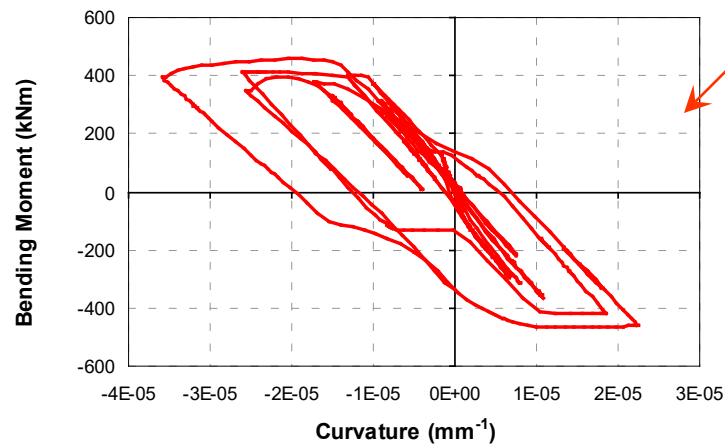
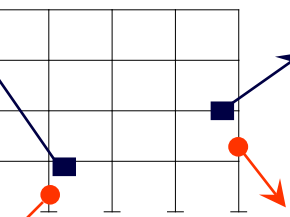
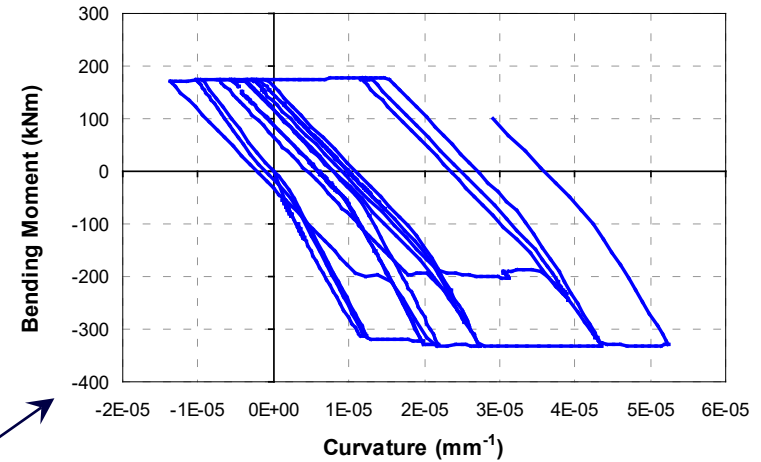
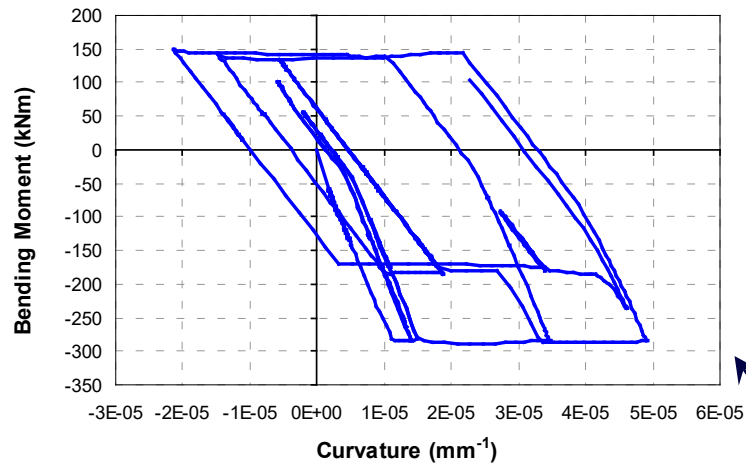
Flexural compressive concrete damage contour

# ANALISI SISMICA DI UN TELAIO IN C.A.

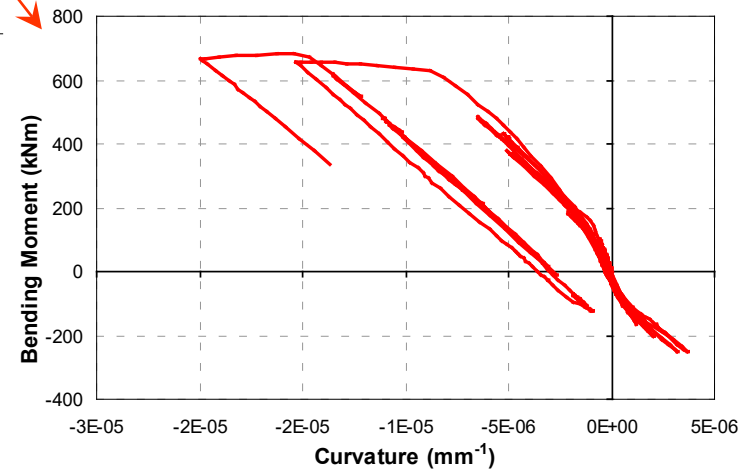
CD“A” - PGA 0.85 g

CD“B” - PGA 0.75 g

BEAMS

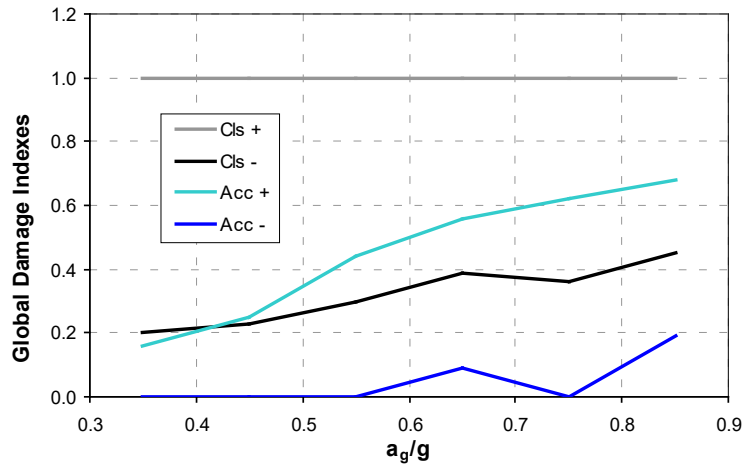


COLUMNS

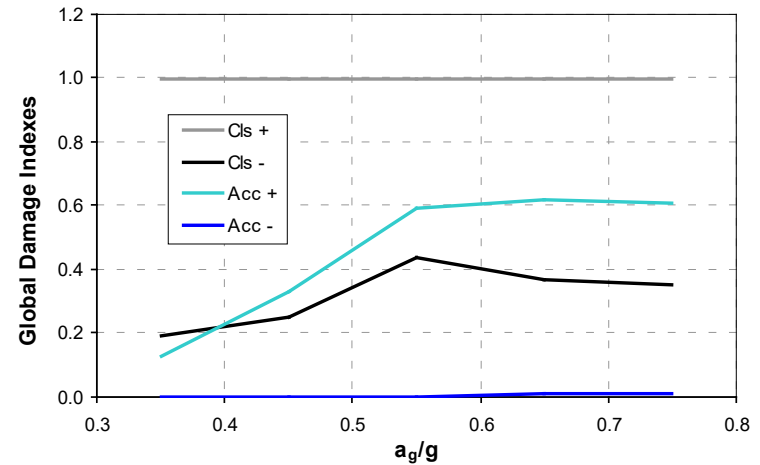


# ANALISI SISMICA DI UN TELAIO IN C.A.

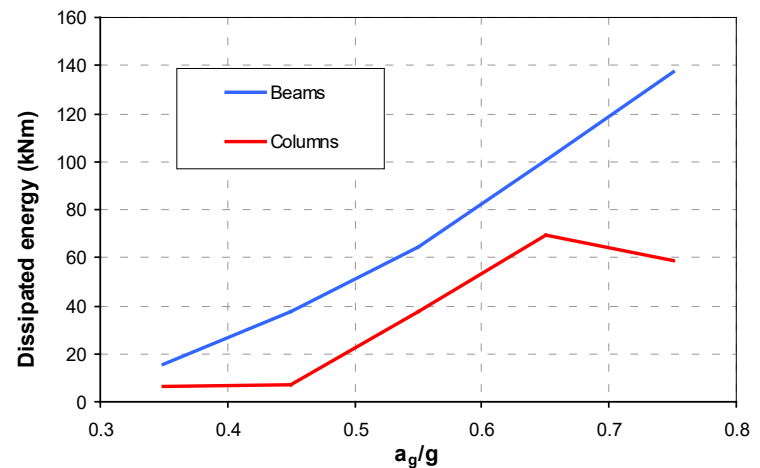
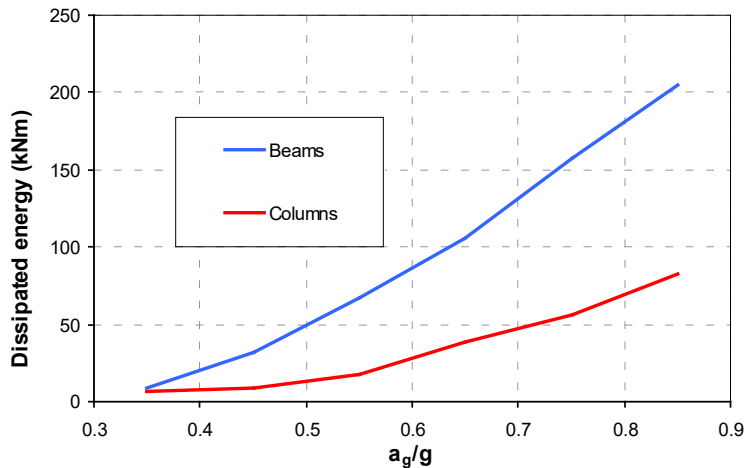
CD“A”



CD“B”



Final global damage indexes

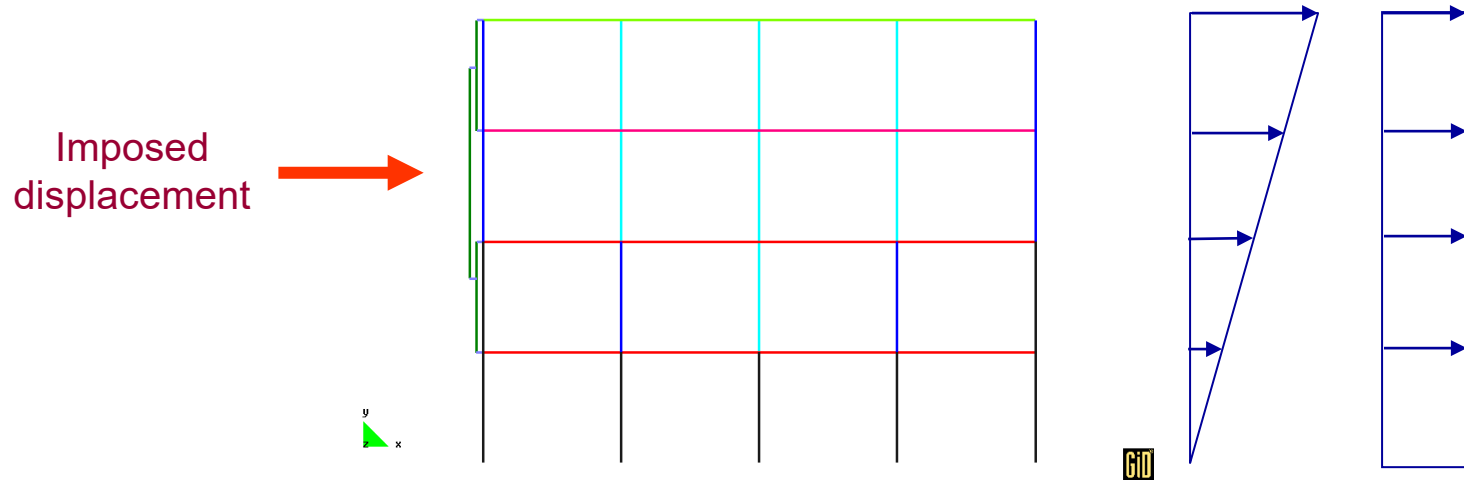


Energy dissipated by beams and columns

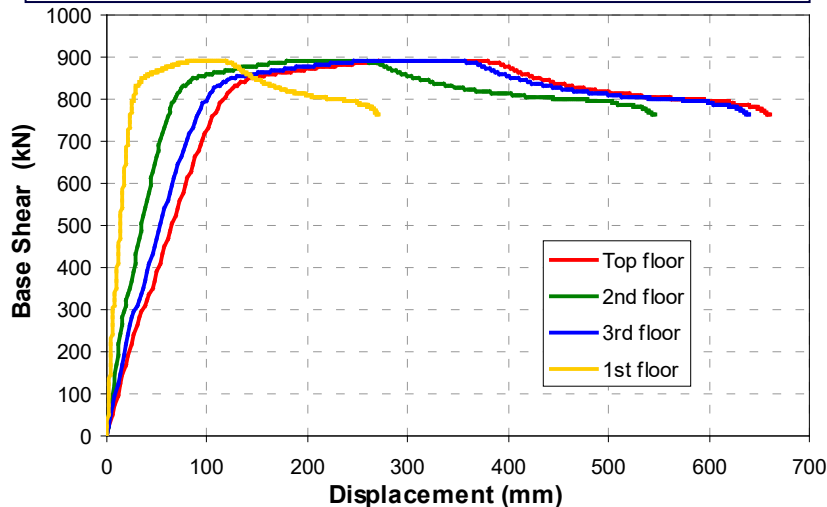


# ANALISI SISMICA DI UN TELAIO IN C.A.

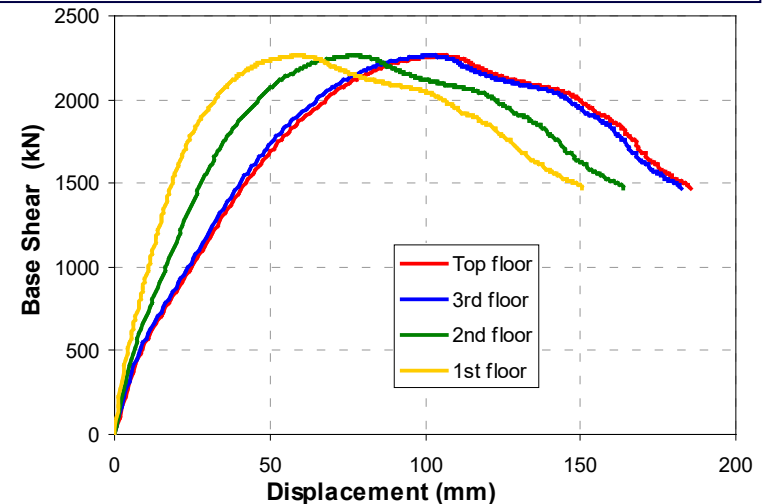
## Non-linear static analysis (Push Over) of the frames



### CD“A” - linear load pattern

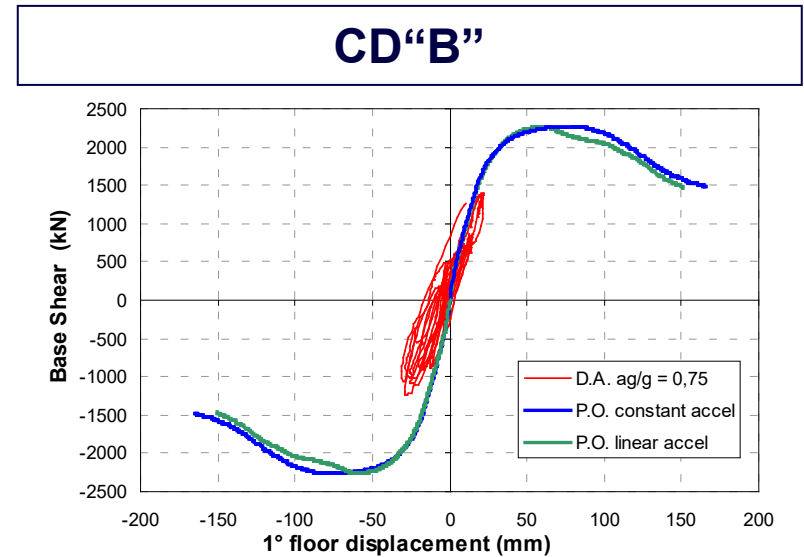
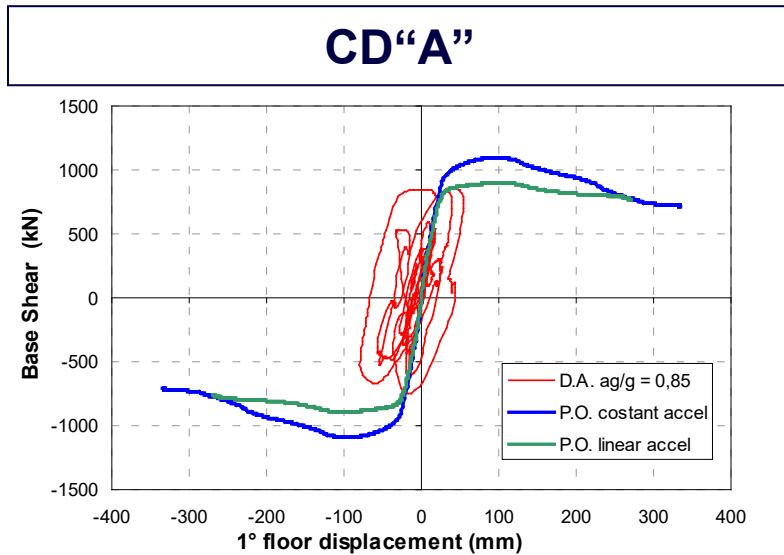


### CD“B” - linear load pattern

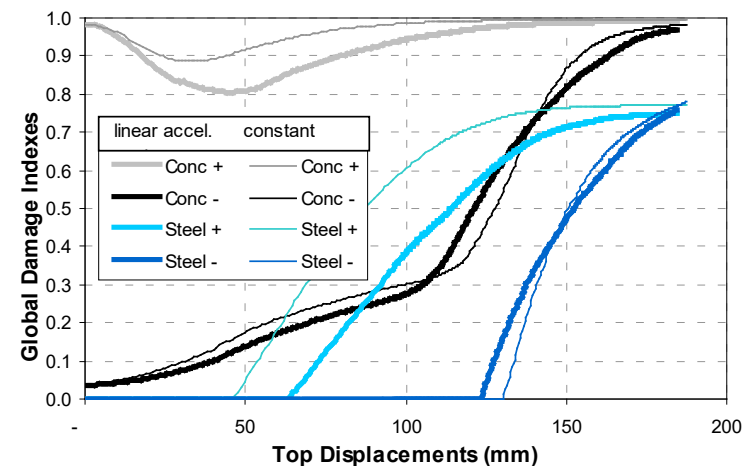
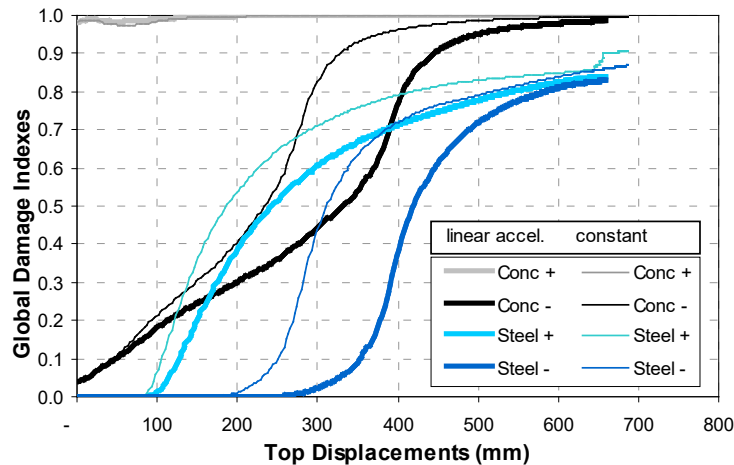


# ANALISI SISMICA DI UN TELAIO IN C.A.

## Non-linear static analysis (Push Over) of frames



Base shear versus 1st floor displacement

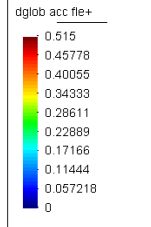
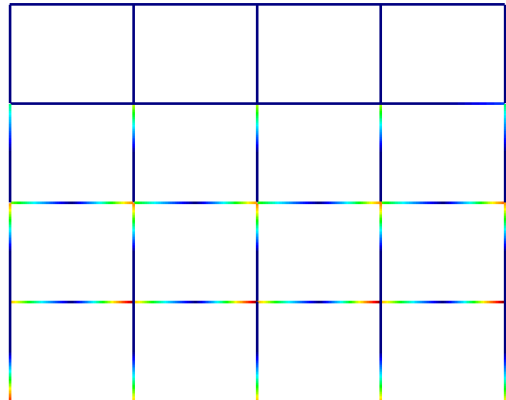


Global damage indexes evolution versus top displacements

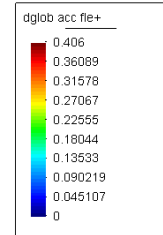
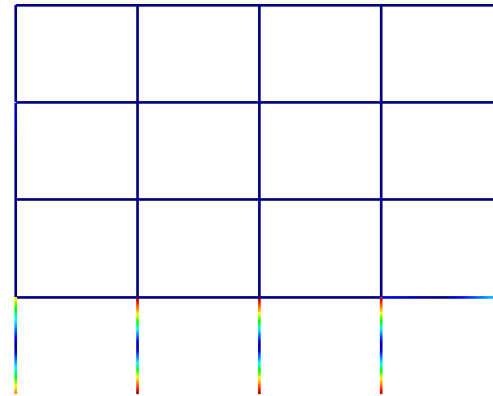
# ANALISI SISMICA DI UN TELAIO IN C.A.

## Non-linear static analysis (Push Over) of frames

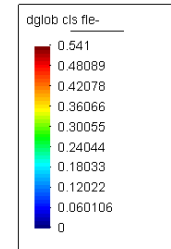
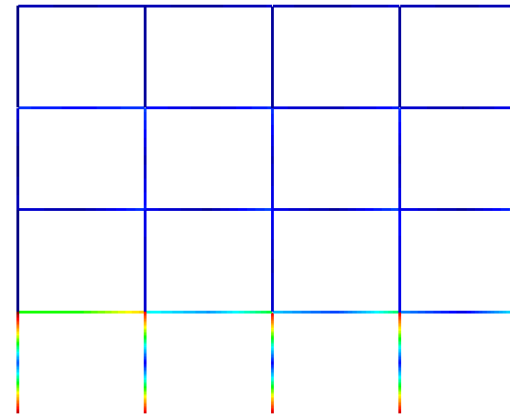
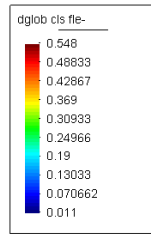
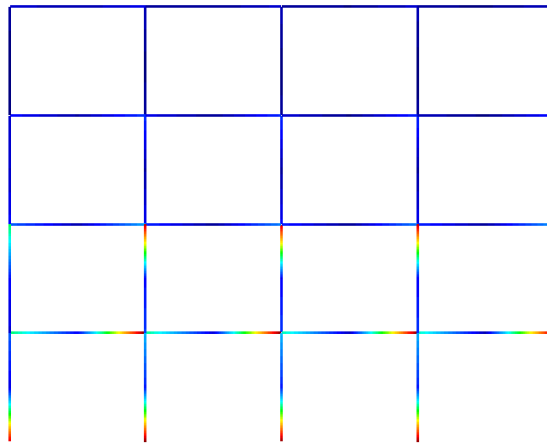
CD“A”



CD“B”



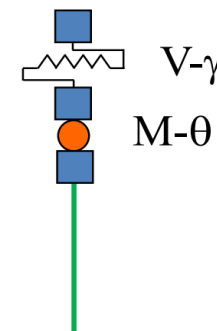
Flexural steel tensile damage



Flexural concrete compressive damage

# LIMITI DEI MODELLI A FIBRE

- Efficaci nel trattare problemi di presso-flessione anche deviata (interazione N-M e N-Mx-My) e possono tenere conto della variazione di sforzo assiale per effetto dell'azione sismica
- La concezione 1D dei modelli a fibre non si presta alla verifica a taglio: l'estensione dei modelli a fibre a trattare problemi di taglio è ancora oggetto di ricerca scientifica
- Non si tiene conto dell'interazione taglio-momento (→ preclassificazione delle sezioni)
- A maggior ragione **i modelli a fibre non si prestano per la verifica dei nodi**
- La verifica dei nodi e a taglio deve quindi essere fatta in **POST-PROCESSO** oppure si deve mettere in serie una CP a taglio
- Non si riesce a tenere conto del decadimento della resistenza a taglio per azioni cicliche in campo plastico



## TAGLIO RESISTENTE – STRUTTURE ESISTENTI (Circolare 2018 - C8.7.2.3.5, EC8-III).

[Biskinis D.E., Roupakias G.K., Fardis M.N., 2004. Degradation of shear strength of reinforced concrete members with inelastic cyclic displacements. ACI Structural Journal, 101(6), 773-783.]

$$V_R = \frac{1}{\gamma_{el}} \left[ \frac{h - x_{el}}{2L_v} \min(N; 0.55A_g f_c) + \left(1 - 0.05 \min(5; \mu_{\Delta, pl})\right) \left[ 0.16 \max(0.5; 100\rho_{tot}) \left(1 - 0.16 \min\left(5; \frac{L_v}{h}\right)\right) \sqrt{f_c} A_g + V_w \right] \right]$$

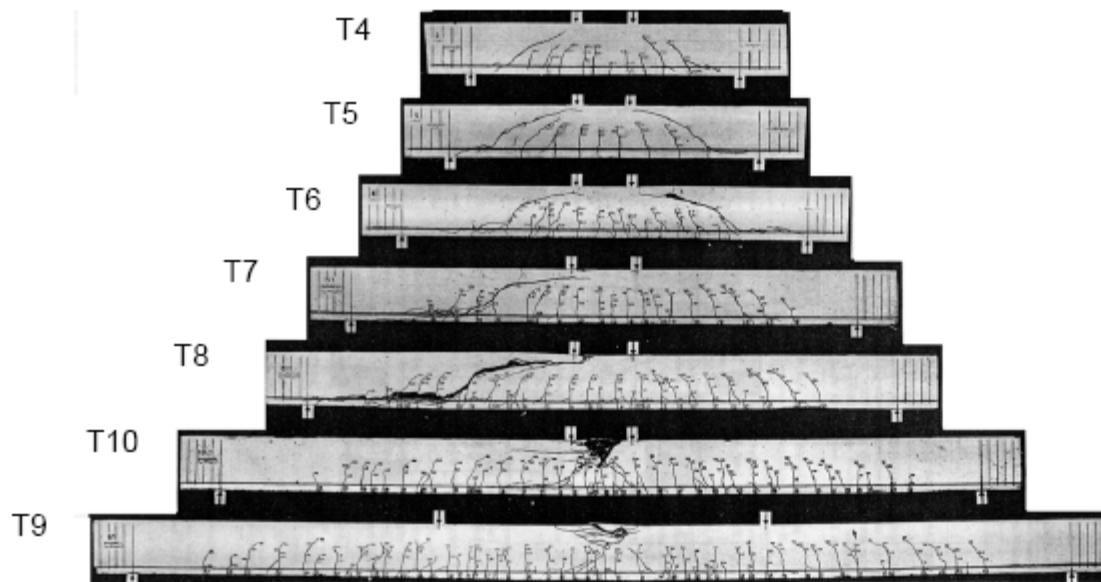
# MODELLI 2D - simulazione di rottura a taglio di travi

## Test 1: R.C. beams without shear reinforcements

Experimental tests by Fritz Leonhardt, René Walther, 1961-62

Beam	L (m)	a (m)	h (cm)	b (cm)	a/d	$\mu$ (%)
T4	1,70	0,67	32	19	2.5	2.0
T5	1,95	0,81	32	19	3	2.0
T6	2,35	1,08	32	19	4	2.0
T7	3,10	1,35	32	19	5	2.0
T8	3,60	1,62	32	19	6	2.0
T9	5,80	1,89	32	19	7	2.0
T10	4,70	2,16	32	19	8	2.0

beams geometry and reinforcement



Experimental crack pattern at failure

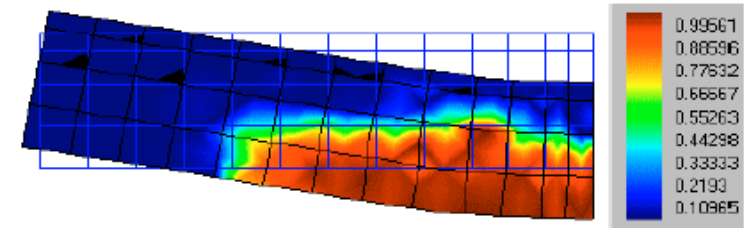
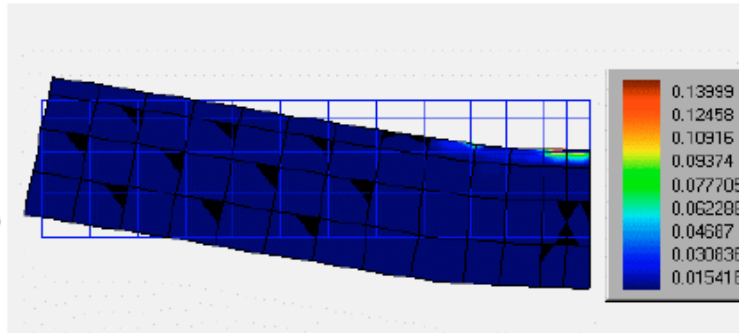
# Esempio: simulazione di rottura a taglio di travi

## Test 1: R.C. beams without shear reinforcements

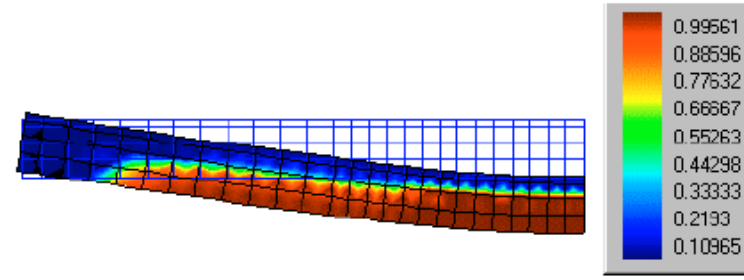
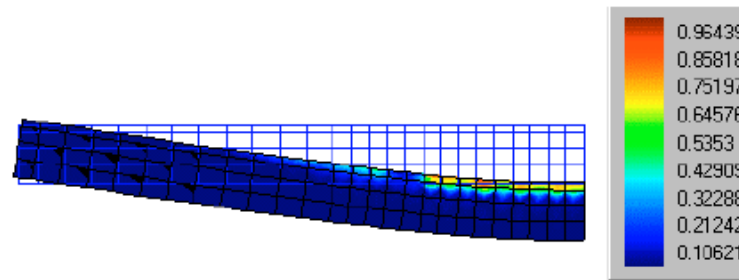
compressive damage at failure

tensile damage contours at failure

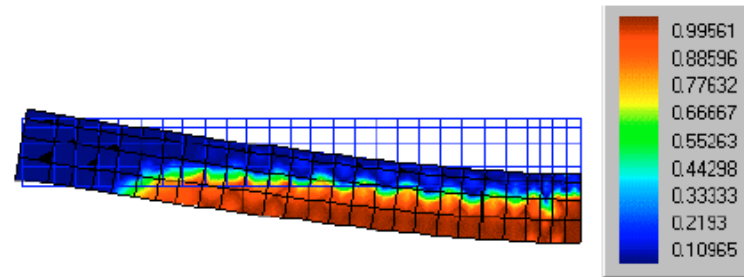
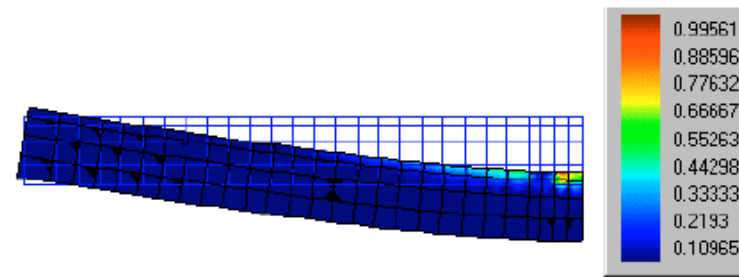
beam T4  
shear compression failure



beam T9  
flexural failure

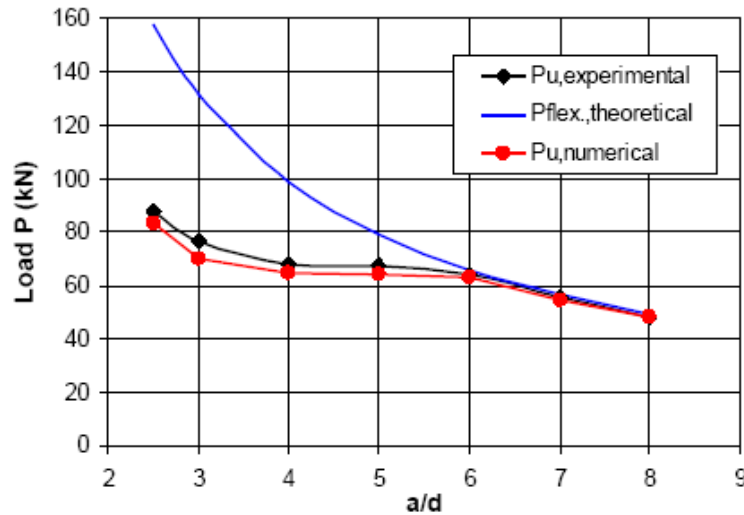


beam T10  
flexural failure

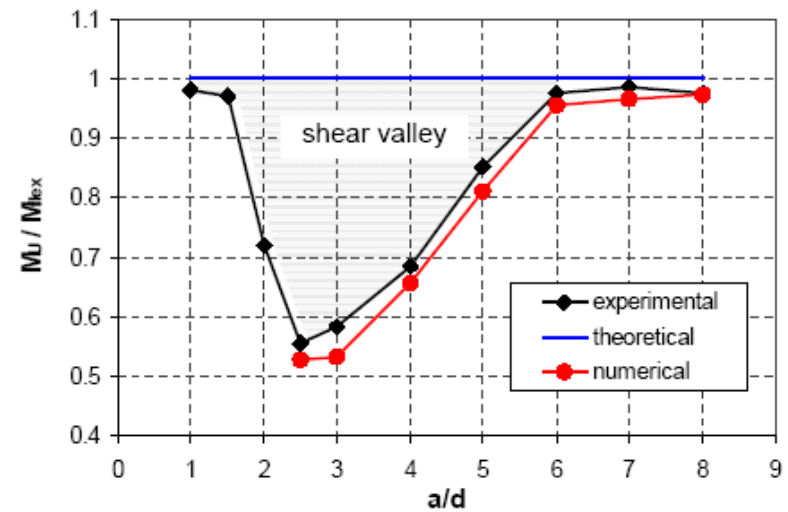


# Esempio: simulazione di rottura a taglio di travi

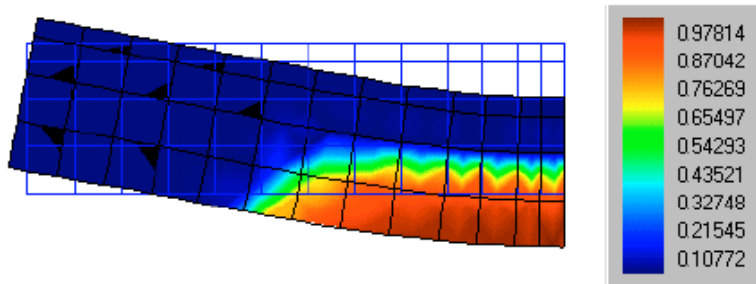
## Test 1: R.C. beams without shear reinforcements



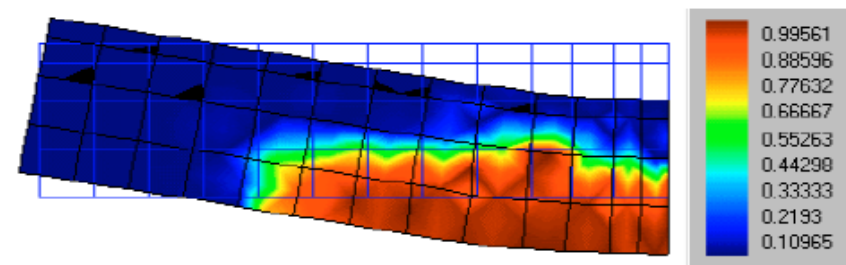
load at failure plotted versus (a/d)



moment ratio ( $M_U/M_f$ ) at failure plotted versus (a/d)



displacement 0.1



displacement 0.18 cm

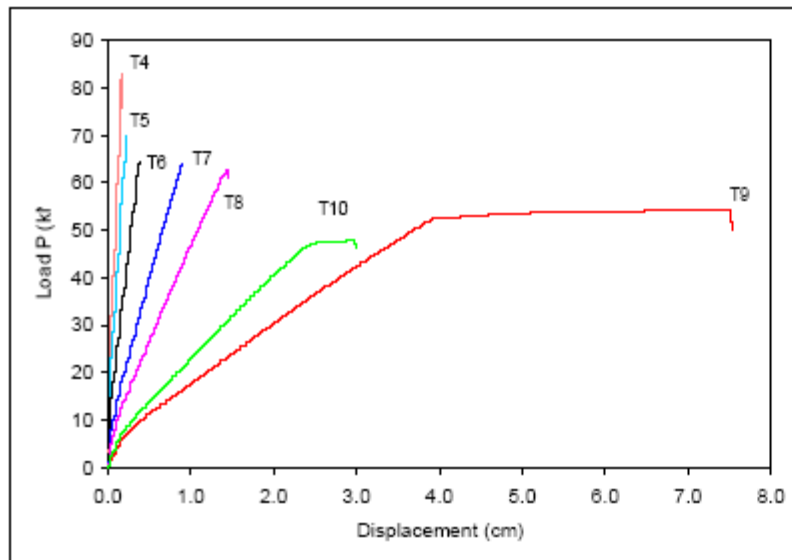
beam T4 - tensile damage contours

# Esempio: simulazione di rottura a taglio di travi

## Test 1: R.C. beams without shear reinforcements

Concrete		Reinforcing Steel	
Young modulus	$E_c = 36 \text{ GPa}$	Young modulus	$E_s = 190 \text{ GPa}$
Poisson coefficient	$\nu = 0.15$	Yelding stress	$f_y = 360 \text{ MPa}$
Peak strenght in 1D compression test	$f_{c1D} = 28 \text{ MPa}$	Limit deformation at failure	$\epsilon_{ult} = 14\%$
strenght increase in 2D compression	$f_{c1D}/f_{c2D} = 1.2$	Hardening parameter	$H = 3.0 \text{ GPa}$
Elastic limit in 1D compression	$f_{c,lin}/f_{c1D} = 0.65$		
Parameter A'	$A' = 0.83$		
Parameter B'	$B' = 1.32$		
Peak strenght in 1D tensile test	$f_t = 2.0 \text{ MPa}$		
Fracture energy	$G_t = 60 \text{ N/m}$		

material parameters adopted in the numerical tests



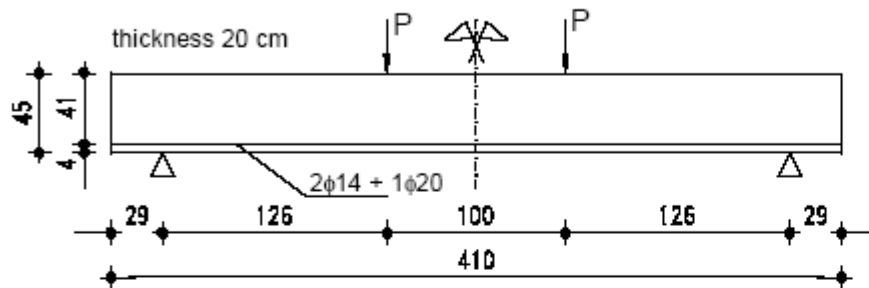
Load-displacement curves



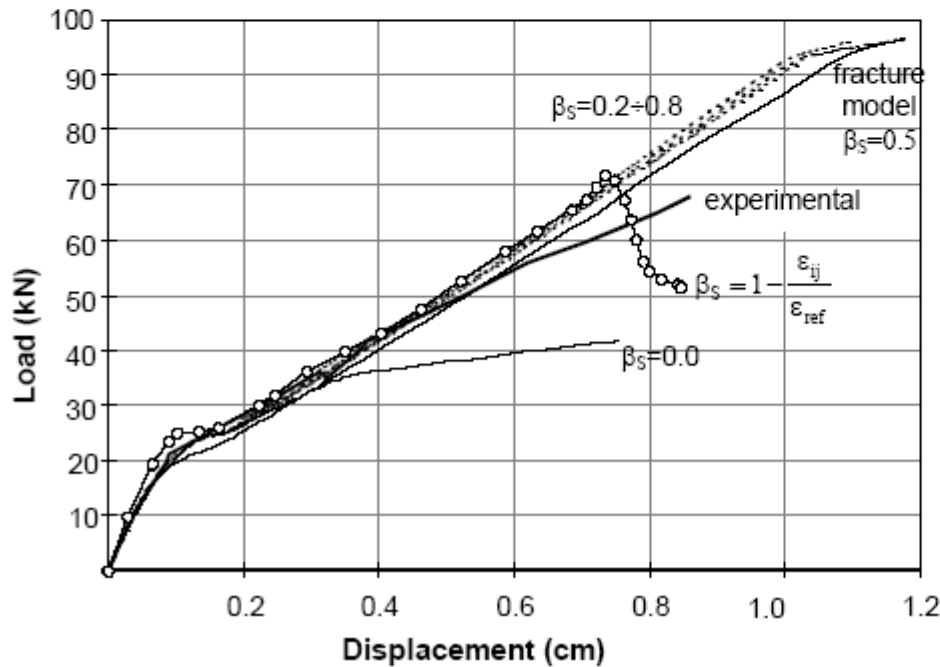
# Esempio: simulazione di rottura a taglio di travi

## ANALYSIS IN THE SHEAR FAILURE FIELD

Experimental test by Walrawen, "The influence of depth on the shear strength ...", 1978



Experiment geometry



Comparison between numerical and experimental results

# Esempio: simulazione di rottura a taglio di travi

## SHEAR RETENTION FACTOR

Accounting for the residual friction along the crack directions to overcome the incapability of the numerical models (based both on damage or fracture mechanics) of describing the aggregate interlocking shear resistance mechanism.

**Reduced value of the shear stiffness**  $G = (1 - \beta_s) G_0$   
with  $\beta_s = 0.00$  for the undamaged material and  $\beta_s < 1.0$  through an open crack

**Modified secant stiffness matrix:**

$$\sigma_{ij} = [1 - d^+ + (1 - \delta_{ij} \delta_{kl}) \beta_s d^+] D_{ijkl}^0 \varepsilon_{kl}^+ + [1 - d^- + (1 - \delta_{ij} \delta_{kl}) \beta_s d^-] D_{ijkl}^0 \varepsilon_{kl}^-$$

that is a reduction of the damage effect on the shear stresses:

$$\text{when } d^{+,-} = 1, i \neq j, k \neq l \quad \rightarrow \quad \sigma_{ij} = \beta_s \bar{\sigma}_{ij}$$

### THE USE OF COSTANTE $\beta_s$ WAS NOT SATISFACTORY

$\beta_s$  must take into account that the friction due to the roughness of the crack surface decreases as the opening of crack increases. Proposed dependency:

$$\beta_{s,ij} = 1 - \left| \frac{\varepsilon_{ij}}{\varepsilon_{ref}} \right| \geq 0 \quad i \neq j$$

where  $\varepsilon_{ref} = 0.40 \div 0.45\%$  is the proposed range for the adopted damage model

# Esempio: analisi di pushover di un telaio in c.a.

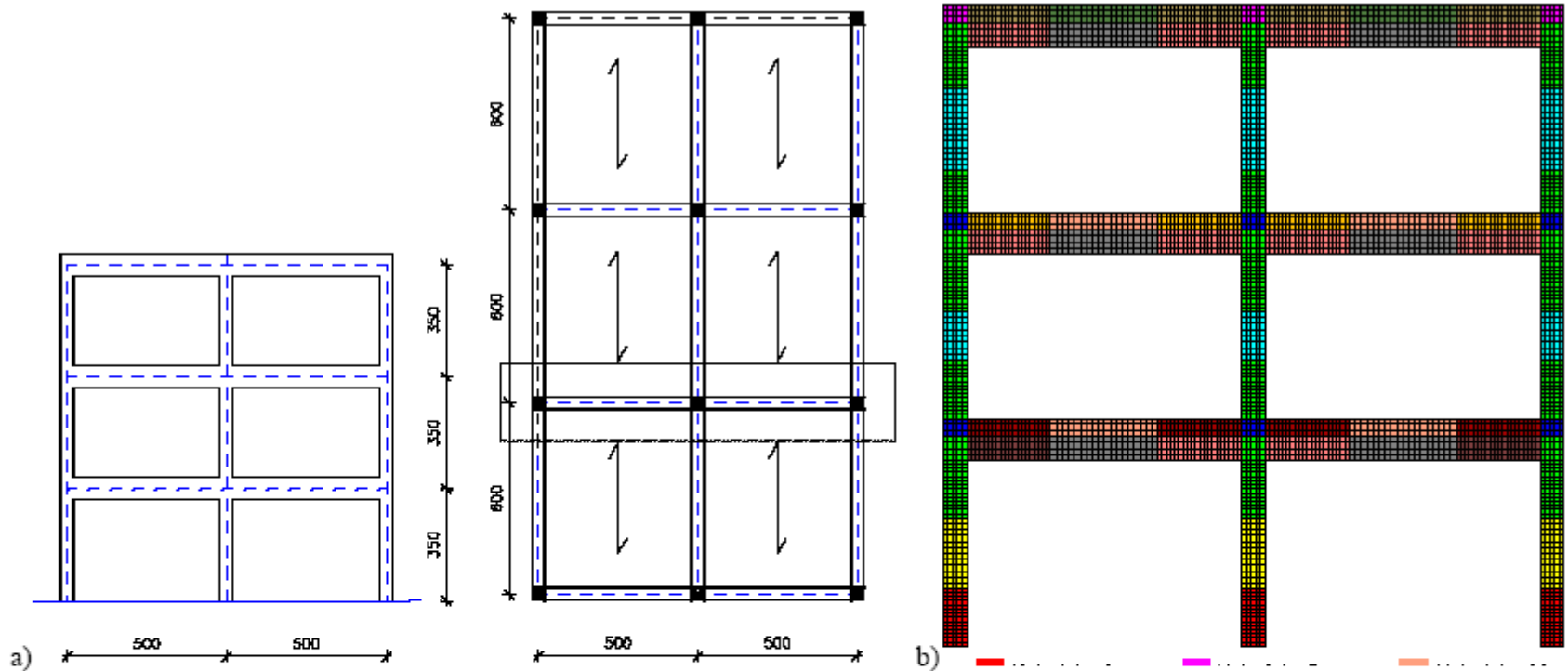


Figura 1: a) vista del telaio e pianta tipica dell'edificio, b) discretizzazione del telaio agli elementi finiti

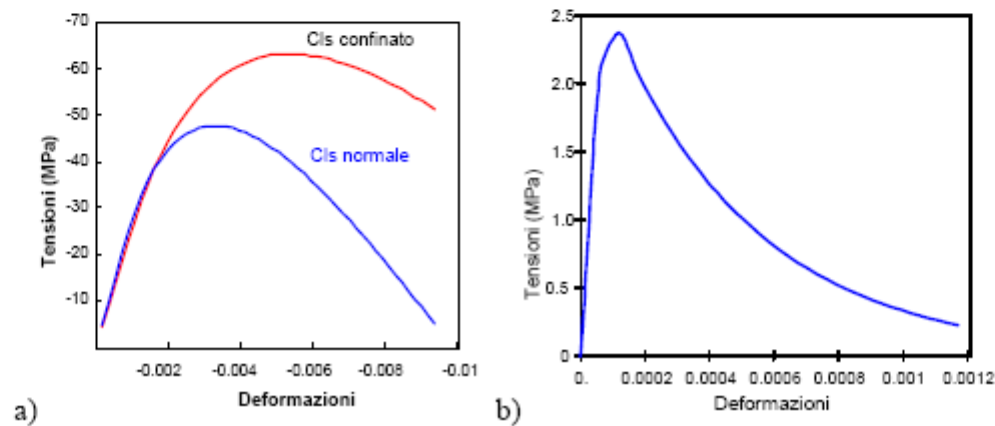


Figura 2: leggi costitutive del calcestruzzo a) in compressione e b) in trazione

# Esempio: analisi di pushover di un telaio in c.a.

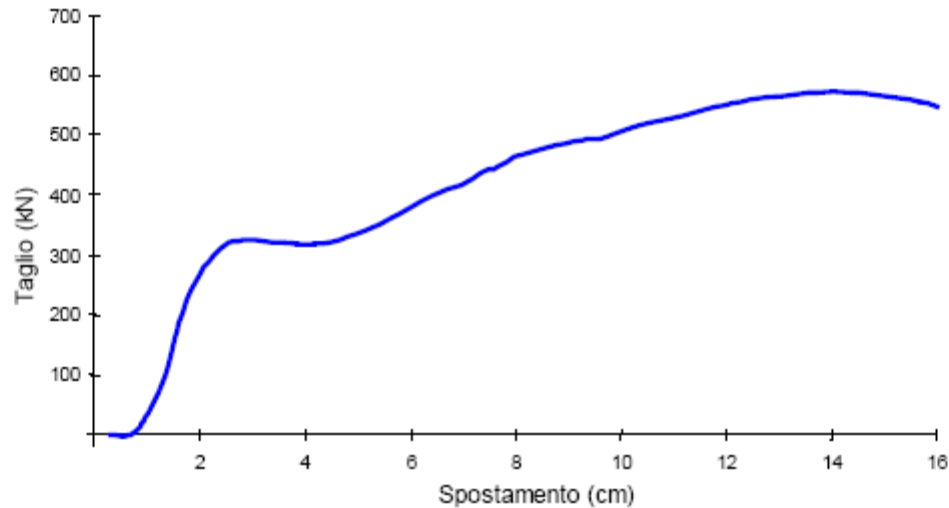


Figura 3: diagramma taglio alla base – spostamento in sommità

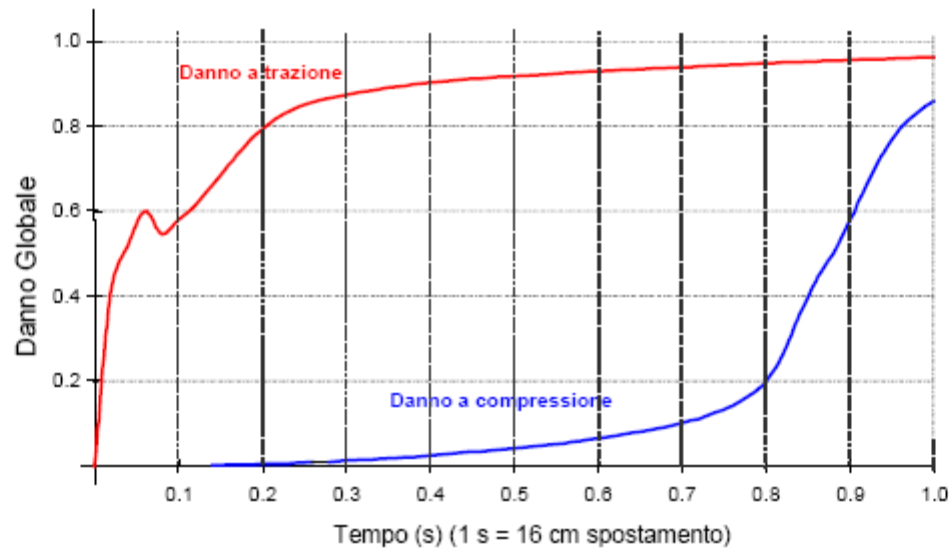


Figura 4: andamento nel tempo degli indici di danno globale a trazione e compressione

$$D^{+/-} = \frac{\int_V \psi_0 d^{+/-} dV}{\int_V \psi_0 d^{+/-} dV}$$

con

$$\psi_0 = \frac{1}{2} \varepsilon_{ij}^T \cdot D_{ijkl}^{-1} \cdot \varepsilon_{kl}$$

# Esempio: analisi di pushover di un telaio in c.a.

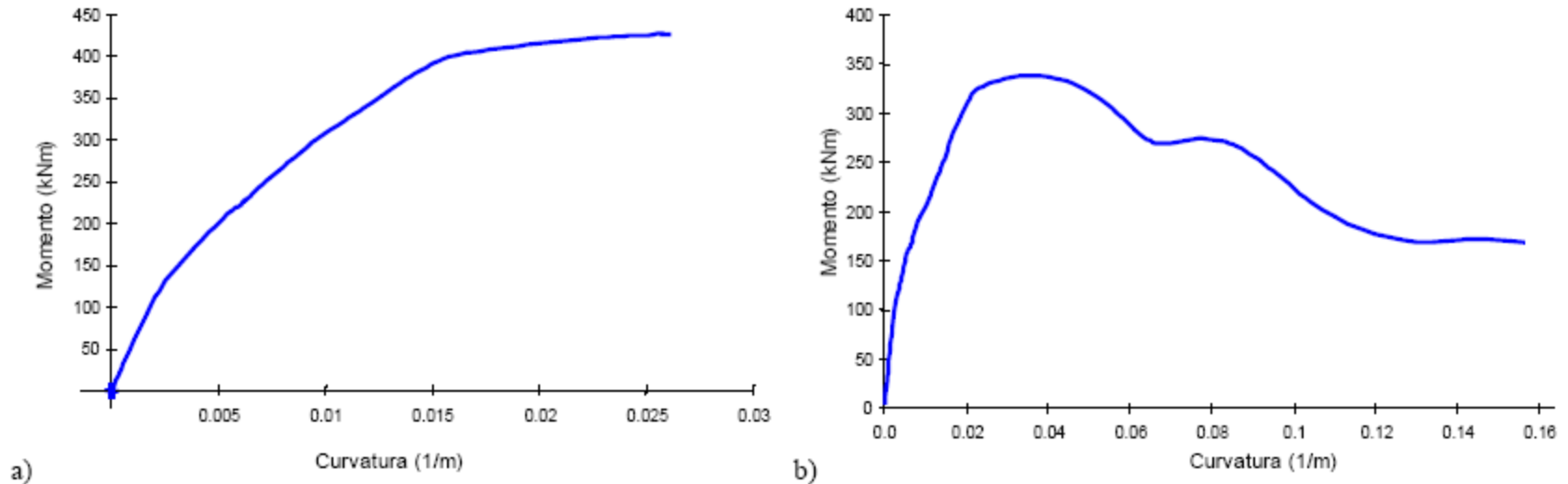


Figura 5: diagrammi momento-curvatura pilastro centrale: a) sezione di base, b) sezione sopra 1° solaio

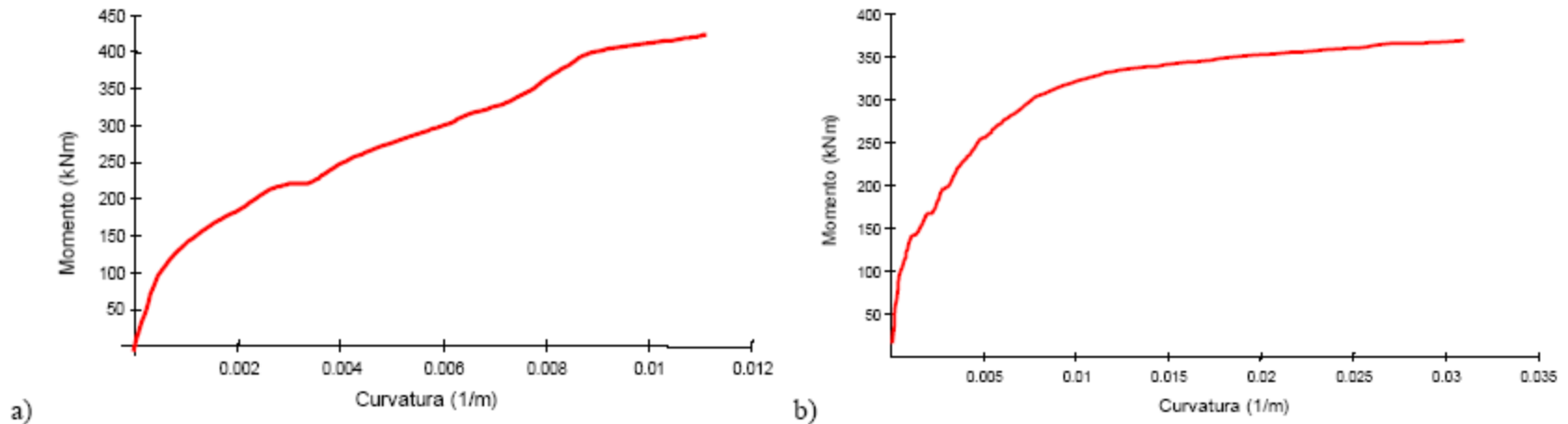


Figura 6: diagramma momento-curvatura nelle sezioni di sinistra delle travi: a) 1° solaio, b) 2° solaio

# Esempio: analisi di pushover di un telaio in c.a.

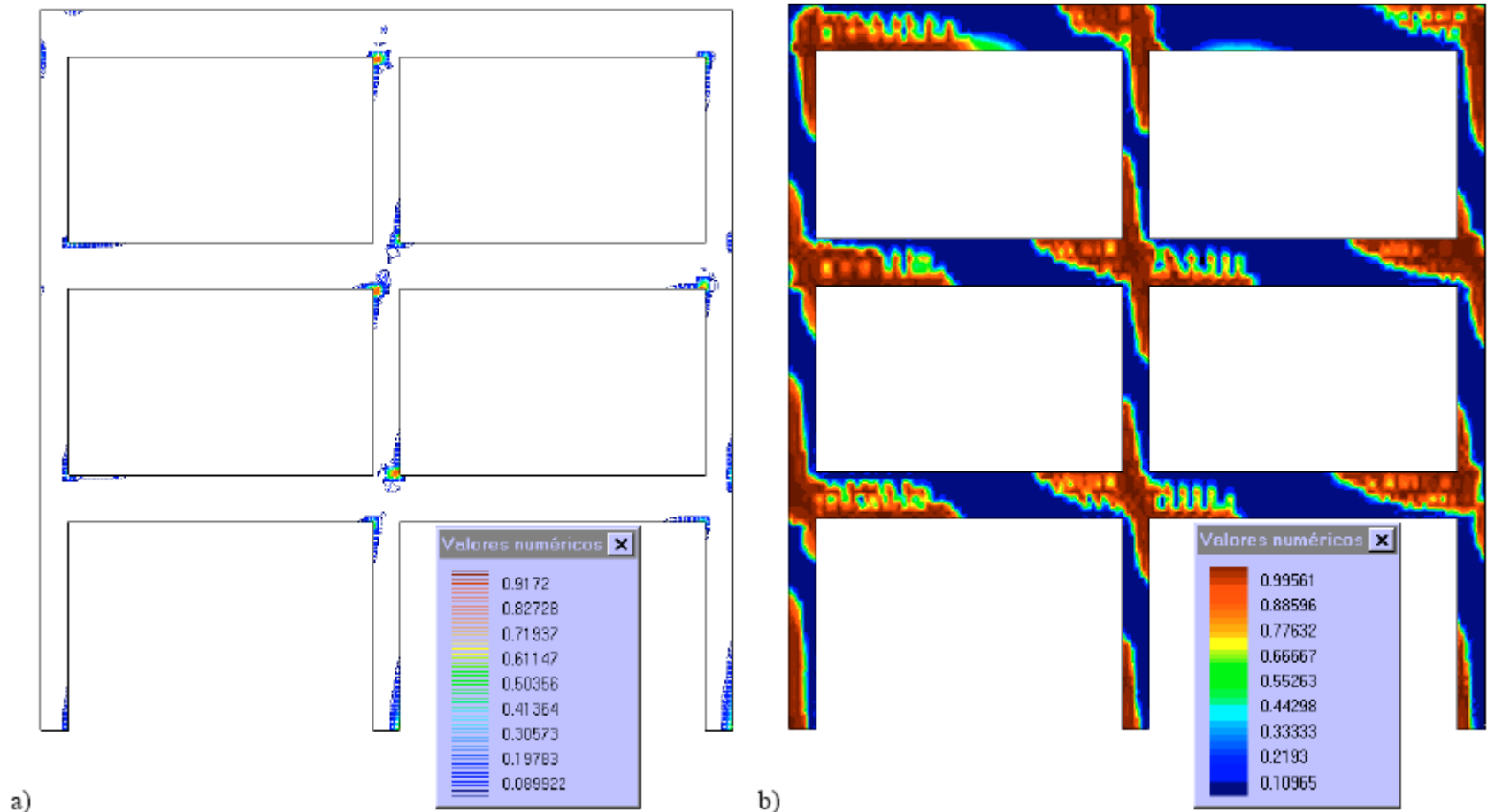


Figura 7: mappe finali di danno: a) di compressione e b) di trazione

# Esempio: analisi di pushover di una parete in c.a.

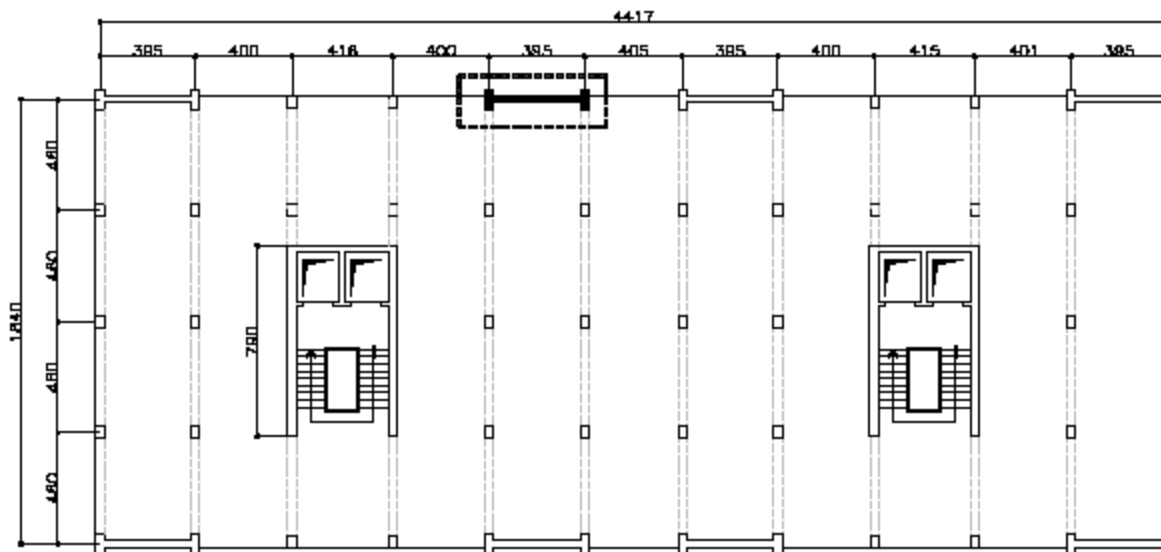
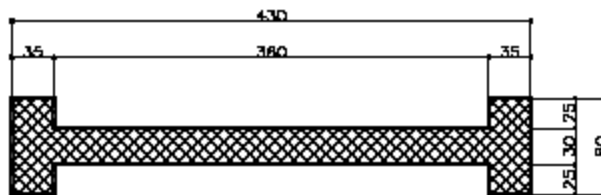


Figura 16: pianta dell'edificio con particolare della parete di controvento analizzata

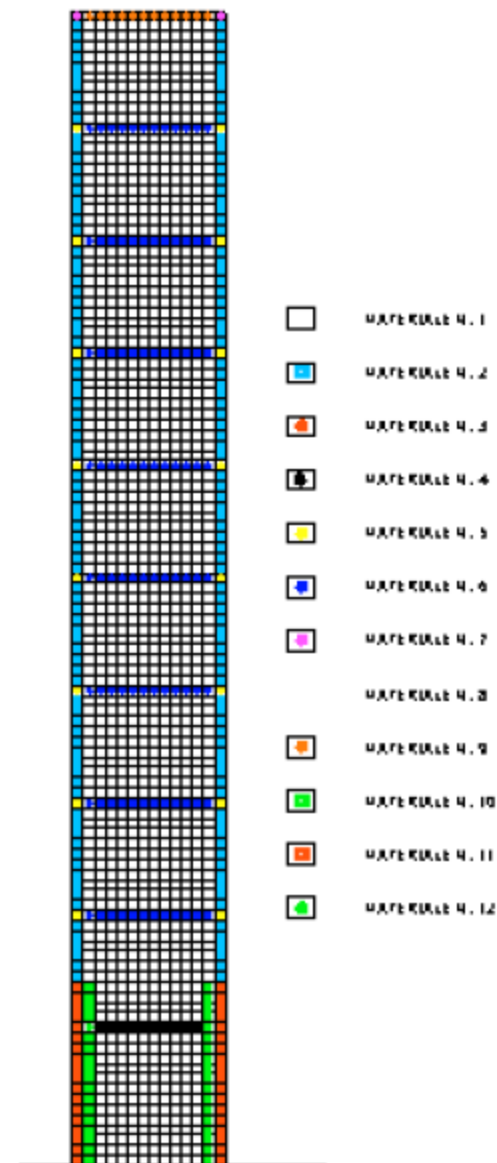


Figura 17: discretizzazione agli elementi finiti

# Esempio: analisi di pushover di una parete in c.a.

## Analisi statica della parete

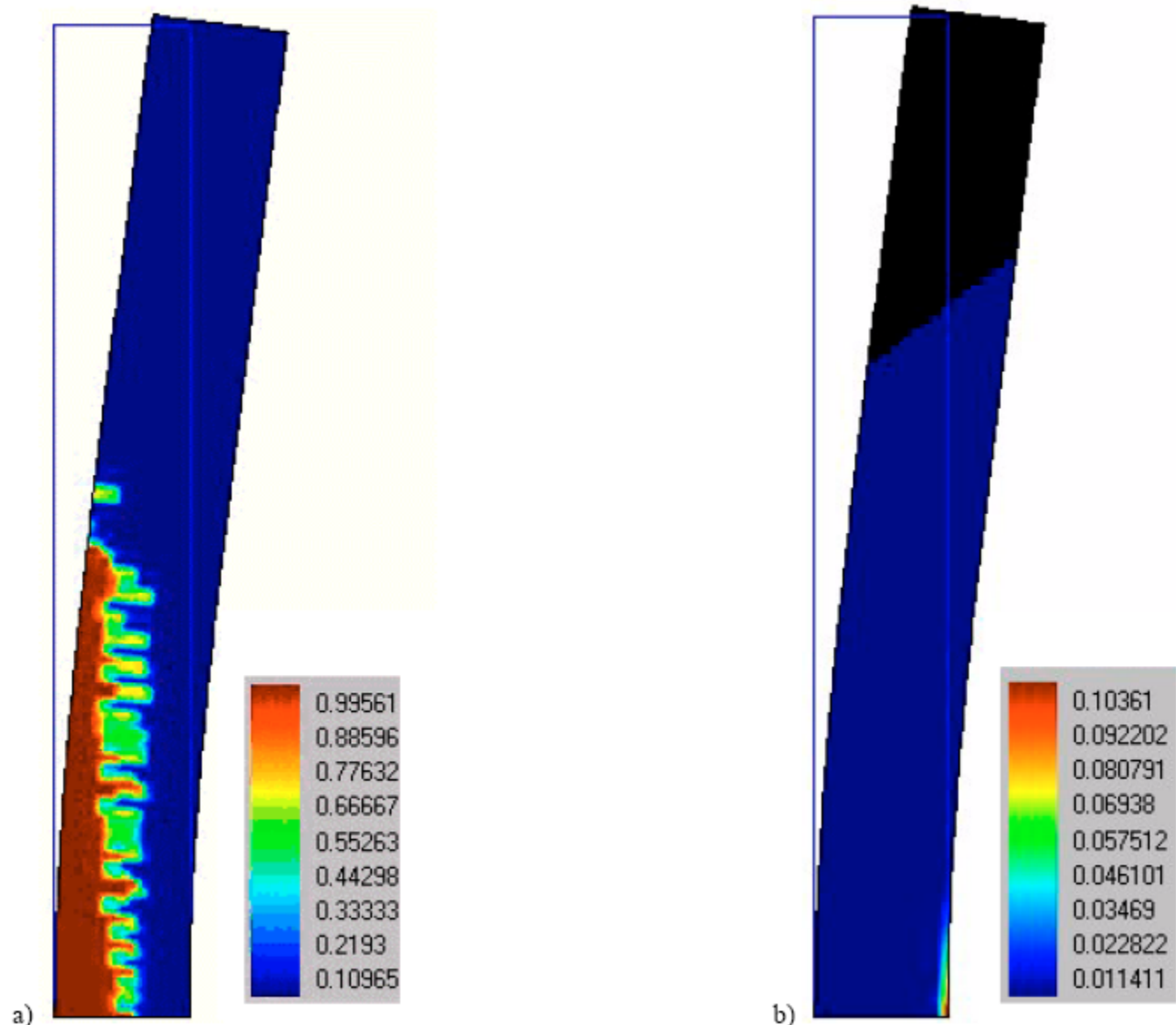
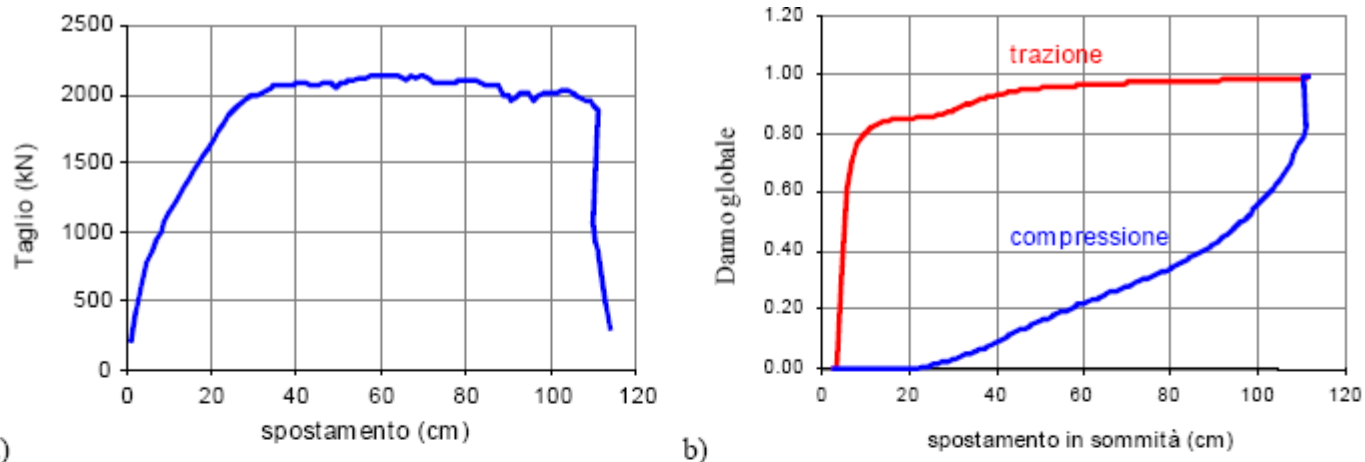


Figura 18: mappe finali di danno (a) di trazione e (b) di compressione



# Esempio: analisi di pushover di una parete in c.a.



a) b) Figura 19: (a) curva taglio totale alla base – spostamento in sommità, (b) evoluzione degli indici di danno globale

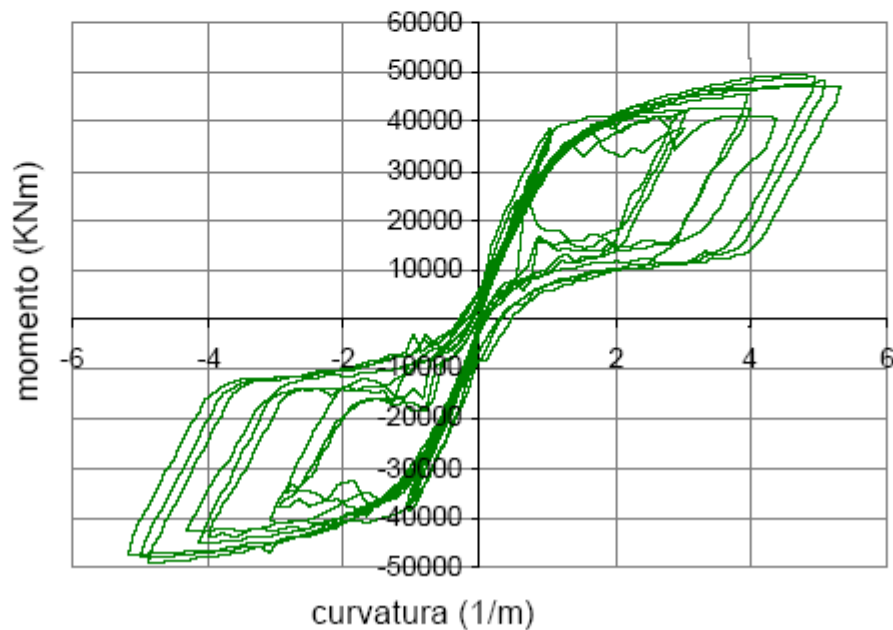


Figura 20: diagramma momento curvatura nell'analisi statica ciclica.

# Esempio: analisi dinamica di una parete in c.a.

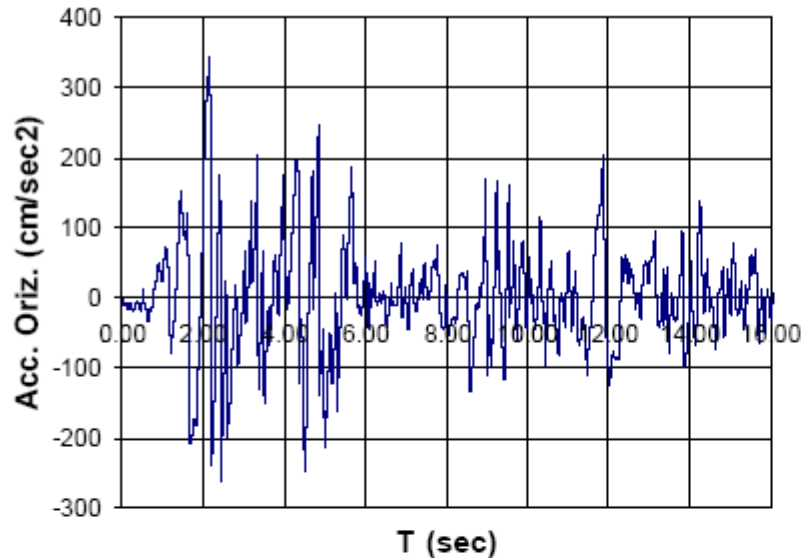


Figura 21: componente orizzontale sisma El Centro

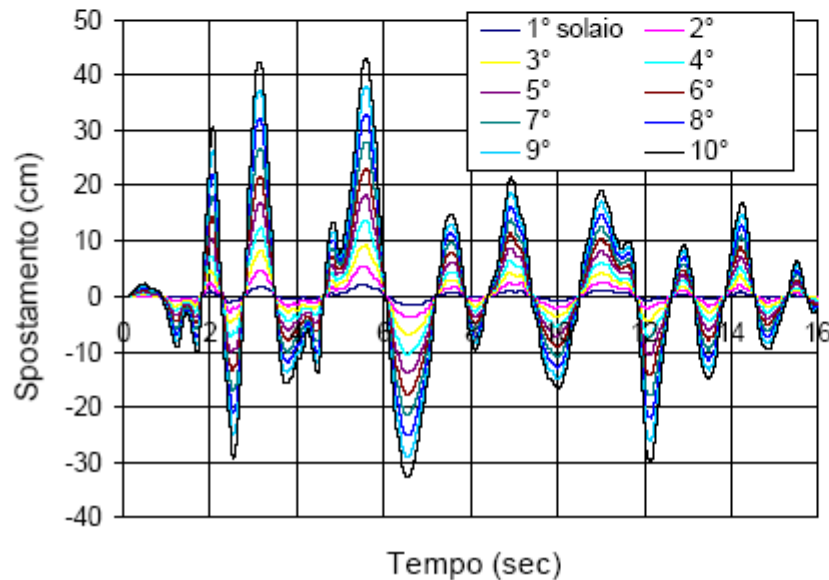


Figura 22: spostamento di sommità contro tempo per il sisma con picco 0.8 g

# Esempio: analisi dinamica di una parete in c.a.

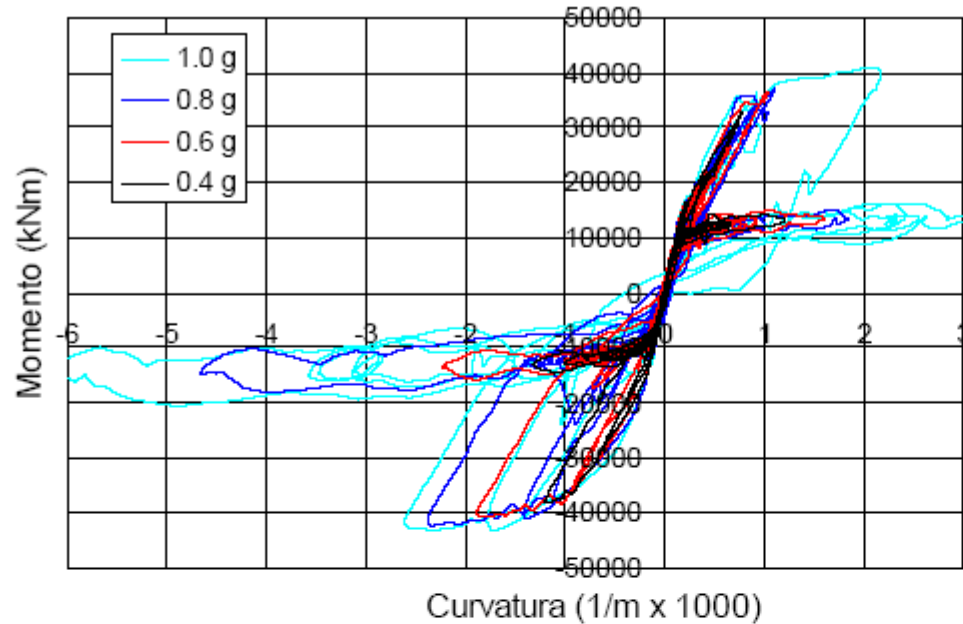


Figura 23: cicli momento-curvatura per diverse intensità sismiche

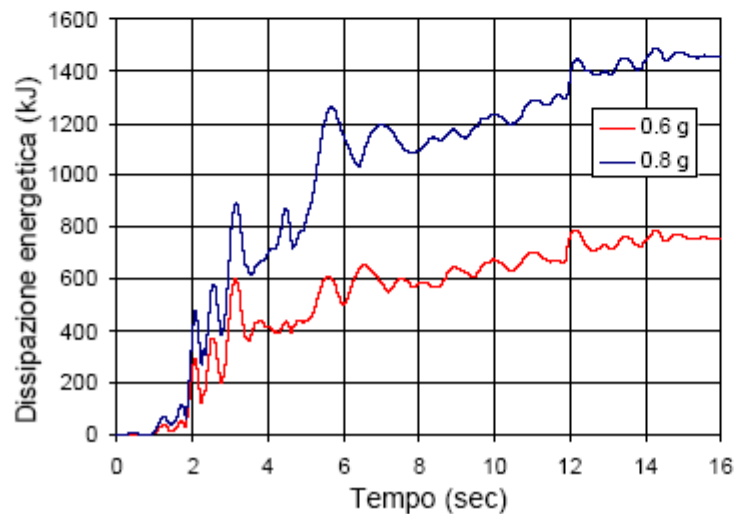


Figura 24: andamento della dissipazione energetica

b)

# Esempio: analisi dinamica di una parete in c.a.

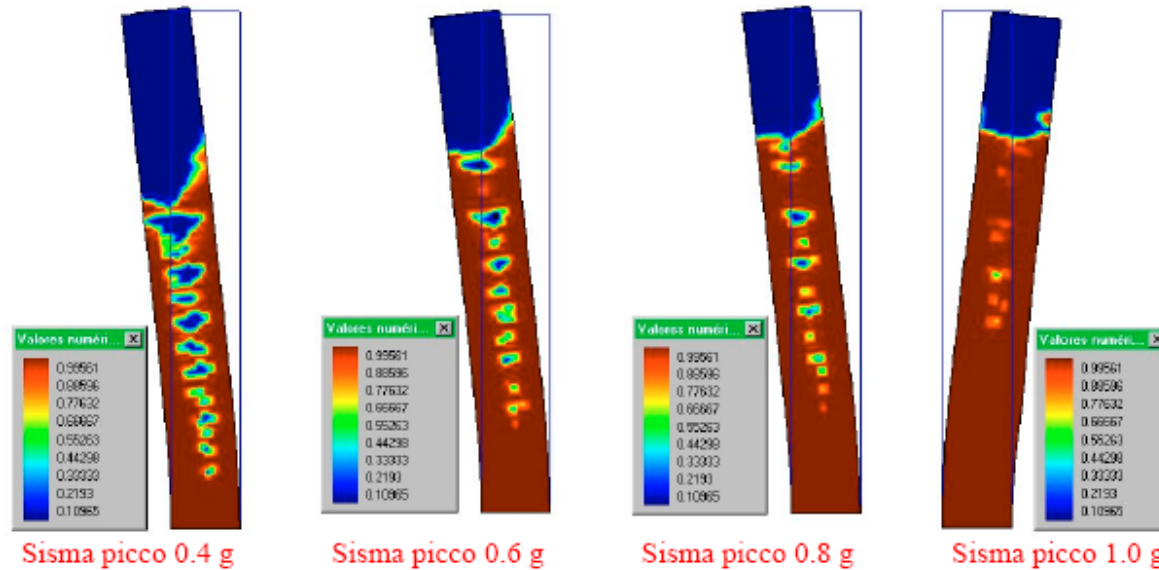


Figura 25: mappe finali di danno locale di trazione per le diverse intensità sismiche

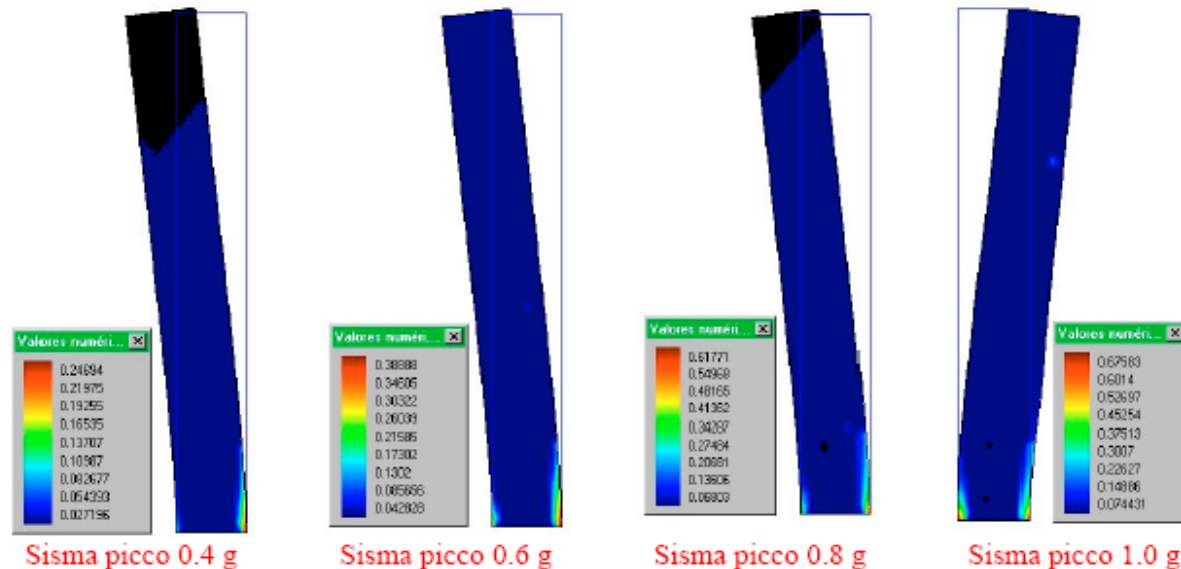


Figura 26: mappe finali di danno locale di compressione per le diverse intensità di sismiche

# Esempio: analisi dinamica di una parete in c.a.

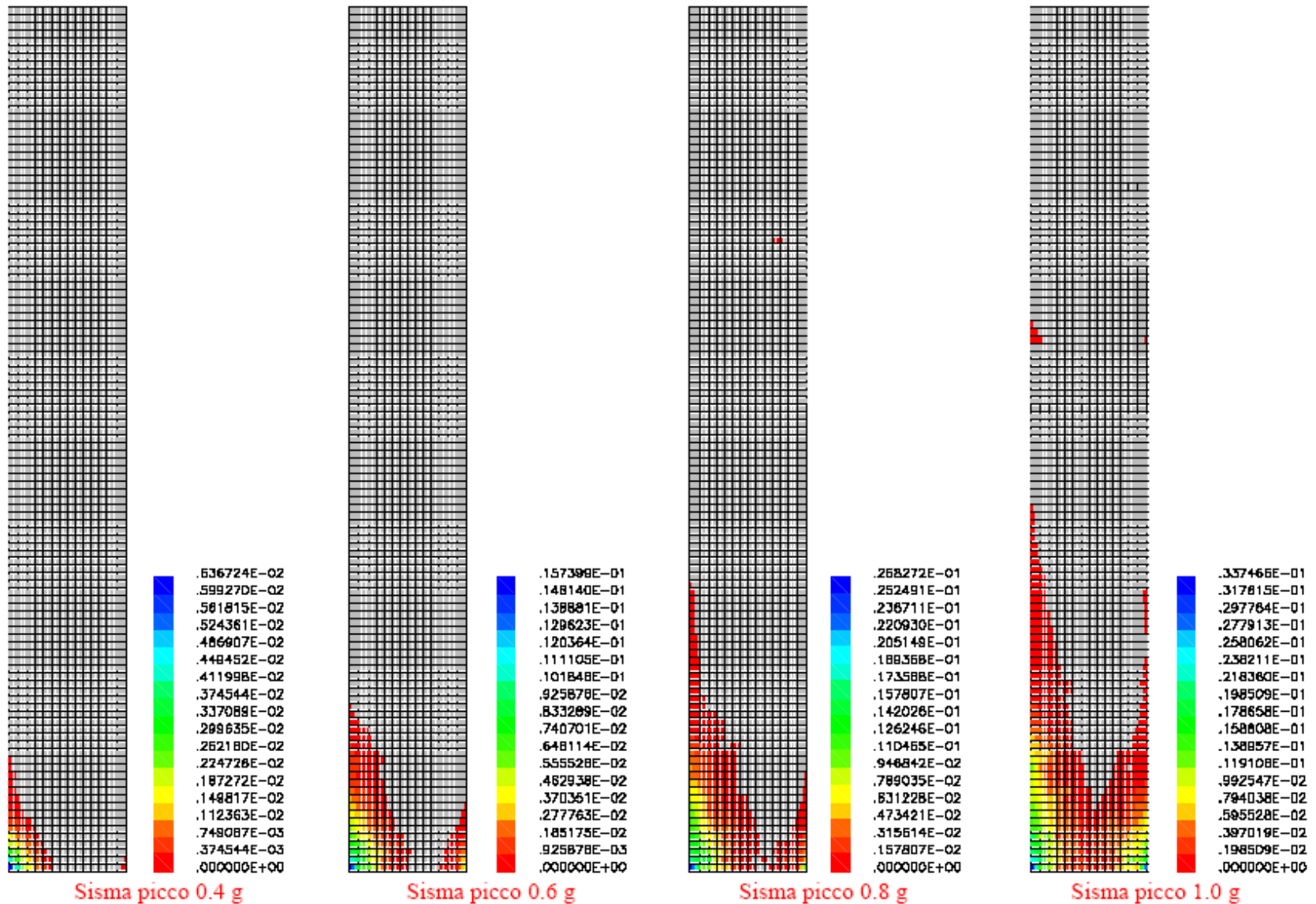


Figura 27: plasticizzazioni delle armature per le diverse intensità sismiche (particolare zona inferiore)

# Ulteriori considerazioni ...

- **Che tipo di modello utilizzare: 1D / 2D / 3D ? CP / fibre?**
- **Quali verifiche il modello è in grado di fare in automatico e quali invece vanno fatte a posteriori?**
- **Il risultato ottenuto è oggettivo?** (il software e il modello adottato sono stati testati e validati/calibrati su risultati sperimentali noti?)

**Non dimentichiamo che in campo non lineare:**

- **Non vi è più unicità di risultato**
- **Non vale il principio di sovrapposizione degli effetti** (in una colonna di muratura non è invariante se prima applico lo sforzo di compressione o quello orizzontale)

## (ovvie) CONCLUSIONI

- **L'uso di analisi non lineari è pressoché obbligato nella verifica di strutture esistenti** (ed infatti, almeno quelle statiche, sono ormai entrate nella prassi di utilizzo professionale)
- **Ma bisogna farne un uso consapevole**, avendo conoscenza della teoria alla base dei modelli e dei procedimenti utilizzati.
- **Non ci si può fermare al primo risultato ottenuto:** Il risultato dovrebbe essere convalidato con approcci alternativi (almeno l'ordine di grandezza atteso per via analitica)
- **Nell'ambito dello stesso approccio/modello verificare la sensitività del risultato** (piccole variazioni dei dati di input e dei parametri di integrazione non devono portare a grosse variazioni dei risultati)

# Bibliografia essenziale

- MEMON Bashir-Ahmed, SU Xiao-zu, *Arc-length technique for nonlinear finite element analysis*; Journal of Zhejiang University SCIENCE, 2004 5(5):618-628, ISSN 1009-3095.
- Manuali teoria e utente: SAP2000, Strauss, Midas e MSC-Mark
- Dispense Corso ISI “*Analisi non Lineare di Edifici in Cemento Armato*”, Prof. Enrico Spacone, Giugno 2023.
- Saetta A., Scotta R., Tesser L., Vitaliani R., “ *Non-linear Analysis of Reinforced Concrete Structures with a Fibres Two-Parameters Damage Model*”, 2nd International FIB Congress, June 5-8, 2006 – Naples, Italy
- Scotta R., Vitaliani R., Saetta A., Oñate E., Hanganu A, “*A scalar damage model with a shear retention factor for the analysis of reinforced concrete structures: theory and validation*”, J. of Computers & Structures, vol. 79 (7) (2001) pp. 737-755.
- Briseghella L., Saetta A., Scotta R., Vitaliani R., “*Costruzioni di Cemento Armato: Analisi Mediante un Modello di Danno*”, 9° Convegno Nazionale L'ingegneria Sismica In Italia, Torino, 20 - 23 Settembre 1999

## GRAZIE PER L'ATTENZIONE

**PROF. ING. ROBERTO SCOTTA**

roberto.scotta@unipd.it

PROFESSORE ASSOCIATO DI TECNICA DELLE COSTRUZIONI  
PRESSO L'UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

CONSIGLIERE E MEMBRO DEL COMITATO SCIENTIFICO DI ISI